مطالعه تطبیقی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار خرید پیش از بلک شولز، و ارائه مدل مناسب برای بازار سرمایه اسلامی

۵

محمدرضا رنجبر فلاح *

اصغر ابوالحسنی **

سید عباس موسویان ***

کامران ندری ****

فاطمه قاسمی *****

تاریخ دریافت: ۹۳/۳/۳ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۰/۱۲

چکیده

برای ورود به بحث قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید در مدل بلک شولز ابتدا به بررسی روش ریاضی استخراج مدل بلک شولز و فلسفه ورود نرخ بهره در این مدل پرداخته شده است. سپس مشخص شد، فرض پوشش کامل ریسک که در این مدل درنظر گرفته شده است، توجیهی برای ورود نرخ بهره بوده است. در این تحقیق مدل‌های قیمت‌گذاری اسپرنکل و ساموئلسون در مقایسه با مدل بلک شولز مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد هریک از این دو مدل می‌تواند بدون وجود نرخ بهره، جایگزین مناسبی برای قیمت‌گذاری این قرارداد در بازار مالی اسلامی باشد.

واژه‌های کلیدی: *مالی اسلامی، قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید، مدل بلک شولز، مدل ساموئلسون، مدل اسپرنکل*

طبقه‌بندی JEL: *G13 ,G32 ,Z12*

---

* استادیار دانشگاه پیام نور rfallah@pnu.ac.ir

** استادیار دانشگاه پیام نور abolhasani@cbi.ir

*** دانشیار پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی SAMOSAVIAN@yahoo.com

**** استادیار دانشگاه امام صادق(ع) k.nadri@gmail.com

***** دانشجوی دکتری علوم اقتصادی دانشگاه پیام نور ghasemy_fatemeh@yahoo.com

مقدمه

نظام مالی اسلامی، نظامی است که در قالب آن، مؤسسات مالی از مجموعه‌ای از قواعد و قوانین یکپارچه در طراحی جزئیات محصولات خود پیروی می‌کنند که این قواعد با عنوان فقه اسلامی شناخته می‌شود یا به‌طور خلاصه شریعت نامیده می‌شود. اگر بخواهیم تعریفی ساده از این نظام ارائه دهیم، باید گفت مالی اسلامی به‌معنای سازمان‌دهی فعالیت‌های مالی به شیوه‌ای است که در تطابق با مجموعه گسترده‌ای از قواعد فقهی قرار می‌گیرد که این قواعد تمامی حوزه‌های زندگی بشر را که فعالیت‌های مالی بخشی از آن است، تحت پوشش قرار می‌دهند (al-suwailem and Hassan, 2011: 385).

مالی متعارف، ابزارهای فراوانی برای مدیریت ریسک ارائه کرده است که شامل ابزارهای مشتقه است. علت نام‌گذاری این ابزارها این است که ارزش آنها از ارزش دارایی پایه آن مشتق شده است. در یک دسته‌بندی کلی ابزارهای مشتقه را می‌توان به چهار گروه تقسیم کرد: قراردادهای آتی خاص[1]، قراردادهای آتی[2]، قرارداد اختیار معامله[3] و معاوضات[4]. تغییرات قیمت هریک از این ابزارها تابعی از تغییرات قیمت دارایی پایه[5] آنها است.

«قرارداد اختیار معامله» درواقع قرارداد یا سندی است که دارنده یا «خریدار»[6]

---

1. Forward Contracts

2. Futures Contracts

3. Options

4. Swaps

5. Underlying Asset

6. Option Buyer, Option Holder

می‌تواند در قبال پرداخت «قیمت اختیار معامله»[1] به صادرکننده یـا «فروشـنده»[2] ایـن «حق» را به‌دست آورد که «دارایی پایه» قرارداد را با «قیمت توافقی»[3] در تاریخ معین و یا پیش از آن، از صادرکننده این قرارداد بخرد یا به او بفروشد، بدون آنکه «متعهد» به این خرید یا فروش باشد. بنابراین مهم‌ترین نکته در «اختیار معامله» آن اسـت کـه دارنده اختیار «حق» دارد قرارداد را به‌اجرا بگذارد، اما اگر وضعیت بازار چنان باشـد که اجرا نکردن قرارداد به نفع خریدار تمام شود، هیچ «تعهـدی» بـر اجـرا نیسـت و خریدار می‌تواند قرارداد را نادیده بگیرد (درخشان، ۱۳۹۰: ۲۰۱).

به‌طورکلی اختیار معامله را می توان به دو دسته تقسیم کرد: «اختیـار خریـد»[4] و «اختیار فروش»[5]. اختیار خرید و اختیار فروش را می‌توان بـه دو حالـت اروپـایی و امریکایی تقسیم کرد. «اختیار معامله اروپایی»[6] فقط در تـاریخ سررسـید قابـل اجـرا است، درحالی‌که «اختیار معامله امریکایی»[7] را در هر زمان پیش از تاریخ سررسـید و و یا در تاریخ سررسید می‌توان اجرا کرد. در این مقاله به بررسی مدل قیمت‌گـذاری قرارداد اختیار خرید اروپایی پرداخته می‌شود.

براساس یافته‌های پژوهش‌های قبلی می‌توان به این جمع‌بندی رسید که قرارداد اختیار معامله صرفاً از لحاظ فقهی و حقوقی بررسی شده است و مطالعه‌ای در مورد نحوه قیمت‌گذاری این قرارداد اختیار که سازگار بـا شـریعت اسـلام باشـد صـورت نگرفته است؛ لذا به‌نظر می‌رسد برای ورود این ابـزار نـوین مـالی بـه بـازار سـرمایه کشور نیاز به یک سیستم قیمت‌گذاری مناسب با اصول دین مبین اسلام وجود دارد، زیرا در صورت سازگاری این قرارداد با اصول شـریعت اسـلام، نمـی‌تـوان از مـدل قیمت‌گذاری استفاده کرد که از این اصول پیروی نمی‌کند.

---

1. Option Price

2. Option Writer, Option Seller

۳. قیمتی است که به‌ازای آن اختیار اجرا می شود و اصطلاحاً به «قیمت اجرایی» یا «قیمت توافقی» معـروف است.

4. Call Option

5. Put Option

6. European Options

7. American Options

در مدل قیمت‌گذاری بلک شولز، همان‌گونه که خواهیم دید به‌صراحت نرخ بهره مطرح شده است؛ لذا در این مقاله سعی شده است با بررسی تطبیقی مدل‌های قیمت‌گذاری اسپرنکل و ساموئلسون که نرخ بهره در آنها وجود ندارد، با مدل بلک شولز، مدل قیمت‌گذاری مناسب با اصول شریعت برای قرارداد اختیار خرید ارائه شود. روش تحقیق در این مطالعه از نوع بنیادی نظری است.

در بخش نخست مقاله، پیشینه مدل قیمت‌گذاری این معامله بیان شده و در بخش دوم به بررسی فقهی قرارداد اختیار معامله پرداخته شده است. در بخش سوم چگونگی روش استخراج مدل بلک شولز و تجزیه‌وتحلیل این مدل مطرح و در بخش چهارم و پنجم، به مدل‌های قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید اسپرنکل و ساموئلسون پرداخته شده است. بخش ششم به تبیین مدل قیمت‌گذاری سازگار با اصول شریعت اسلام برای قرارداد اختیار خرید پرداخته است و در بخش آخر، نتیجه‌گیری مباحث بیان شده است.

۱. پیشینه مدل‌های قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله

۱-۱. فرمول باچلیر[1]

باچلیر به‌عنوان نیوتن بورس معروف است. وی در سال ۱۹۰۰ میلادی با استفاده از حرکت براونی حسابی برای پویایی‌های قیمت سهام و توزیع نرمال برای بازدهی سهام، فرمول زیر را برای ارزش‌گذاری اختیار معامله خرید اروپایی بر دارایی پایه بدون تعلق سود استخراج کرد (Bellalah, 2009: 77):

(۱)

$$C(S,T) = SN\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T}}\right) - K.N\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T}}\right) + \sigma\sqrt{T}n\left(\frac{K-S}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

به‌گونه‌ای که در آن S: قیمت سهام عادی پایه، K قیمت توافقی قرارداد اختیار معامله، T زمان سررسید قرارداد اختیار معامله، σ انحراف معیار بازدهی، N(.) تابع چگالی نرمال تجمعی و n(.) تابع چگالی توزیع نرمال است.

انتقاد مطرح‌شده به این مدل این بود که این فرمول قیمت‌های منفی برای

---

1. Bachelier

قرارداد اختیار معامله و سهام را نیز ممکن می‌سازد و ارزش زمانی پول را درنظر نگرفته است. لذا اسپرنکل (۱۹۶۱) برای رفع مشکل قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله فرمول‌بندی دیگری ارائه داد، با فرض اینکه پویایی‌های قیمت سهام به‌صورت نرمال لگاریتمی توزیع شده‌اند و با معرفی کردن یک روند با گشت تصادفی می‌توان امکان وجود قیمت‌های منفی را از بین برد.

۲. بررسی فقهی قرارداد اختیار معامله

شناخت وضعیت فقهی قرارداد اختیار معامله تا حدود فراوانی به شناخت ماهیت موضوع قرارداد اختیار معامله وابسته است. ازاین‌رو ابتدا موضوع این قراردادها در دو بازار اولیه و ثانویه مورد بررسی قرار می‌گیرد (حسین‌زاده و شیروی، ۱۳۸۶: ۱۱۱-۱۰۸).

۱-۲. موضوع قرارداد اختیار معامله در بازار اولیه

قرارداد اختیار معامله در بازار اولیه، قراردادی عهدی و معوض است که موضوع آن تعهد به انجام عمل حقوقی در برابر عوض است. «عهدی» و «معوض» بودن دو ویژگی مهمی هستند که در تحلیل موضوع قرارداد اختیار معامله باید مدنظر قرار گیرد.

۱. معوض بودن قرارداد اختیار معامله مستلزم آن است که هرکدام از طرفین در برابر طرف دیگر تعهدی کرده یا مالی را منتقل کرده باشد. در قراردادهای اختیار معامله، فروشنده اختیار به انجام فعل حقوقی خریدن یا فروختن مالی معین در فرصت زمانی مشخص در آینده را تعهد می‌کند و تعهد خریدار اختیار، تعهد به پرداخت بهای آن است.

تعهد خریدار، اختیار به پرداخت ثمن بالفعل است و باید حسب مفاد قرارداد ثمن را پرداخت کند، درحالی‌که فروشنده زمانی به اجرای تعهد ملزم می‌شود که خریدار چنین تقاضا کند. بنابراین خریدار می‌تواند بسته به نوع اختیار، در پایان فرصت مقرر (اختیار اروپایی) یا از زمان انعقاد قرارداد تا پایان فرصت مقرر (اختیار امریکایی) درباره مطالبه حق خود اقدام کند یا اساساً از آن صرف‌نظر کند، زیرا تعهدی برعهده خریدار مبنی‌بر انجام معامله در آینده وجود ندارد و وی فقط متعهد

له قرارداد اختیار است که می‌تواند ذمه متعهد را مانند هر طلب دیگر ابرا کند و حق خود را ساقط کند. بنابراین در اختیار معامله، فروشنده تعهد می‌کند که عمل حقوقی معینی را در آینده انجام دهد.

۲. عقد از نظر اثر ذاتی آن، به عقد تملیکی و عقد عهدی تقسیم می‌شود. حقی که از عقود تملیکی ناشی می‌شود، حقی عینی و حقی که از عقد عهدی ناشی می‌شود، حقی دینی نامیده می‌شود. صرفنظر از تفاوت‌های متعدد حقوق عینی و دینی، قرارداد اختیار معامله را باید قراردادی دانست که موضوع آن ایجاد حق مالی از نوع دینی برای خریدار اختیار است.

هر انسانی آزاد است اموال و دارایی خود را در هر زمان به هرکس و با هر قیمتی که مایل است، تحت شرایط مقرر قانونی انتقال دهد. همچنین اشخاص می‌توانند طبق قرارداد، خرید یا فروش هر کالای مباحی را در آینده تعهد کنند. روشن است چنین تعهدی به طرف دیگر قرارداد حق می‌دهد تا موضوع تعهد را از متعهد مطالبه کند. چنین حقی که از سوی متعهد به متعهدله اعطا می‌شود، چون دارای ارزش اقتصادی است و برای رفع نیازهای مالی اشخاص وضع شده است، حق مالی است و چون علیه شخص دیگر قابل اعمال است نه بر اشیاء، حقی دینی است.

عهدی بودن قرارداد اختیار معامله در بازار اولیه نیز اقتضا می‌کند که قرارداد پیش‌گفته متضمن رابطه دینی باشد که به‌سبب آن شخص در برابر دیگری عهده‌دار انجام امری شود. شخصی که در برابر دیگری ملتزم و متعهد شده است، مدیون یا بدهکار و آن را که حق مطالبه و اجبار مدیون را پیدا کرده است، داین یا طلبکار می‌نامند.

بنابراین مبنای قرارداد اختیار معامله در بازار اولیه، اصل آزادی اراده است که در نظام‌های حقوقی متفاوت مورد شناسایی قرار گرفته است و بنابراین تا زمانی که مانع قاطعی برای آن وجود نداشته باشد نمی‌توان جلوی نفوذ آن را گرفت. در نظام حقوقی ایران نیز تا هنگامی که مخالفت پذیرش تعهد به انجام عمل حقوقی معین با قوانین مسجل نشود، تعهد پیش‌گفته مشمول اصل آزادی اراده است؛ بنابراین قرارداد آن صحیح است (ماده ۱۰ قانون مدنی).

۲-۲. موضوع قرارداد اختیار معامله در بازار ثانویه

درحالی که موضوع قرارداد اختیار معامله در بازارهـای اولیـه تعهـد بـه انجـام عمـل حقوقی در برابر عوض بود، موضوع قرارداد اختیار معامله در بازار ثانویه انتقال حـق معینی در برابر عوض معلوم است. در بازار اولیه که اختیار معامله برای نخسـتین‌بـار منعقد می‌شود، توجه اصلی به نفعی است که از کار مدیون و متعهد حاصل می‌شـود و همین تعهـد اسـت کـه بـه‌صـورت مـالی بـاارزش در بازارهـای ثانویـه موضـوع دادوستدهای مکرر قرار می‌گیرد. به بیان دیگر، در بازارهای ثانویه، حقی که پـیش از آن برای طلبکار به‌سبب قرارداد اولیه پدید آمده اسـت، بـار دیگـر در یـک قـرارداد جدید به متقاضی دیگری منتقل می‌شود. به‌عنوان مثال، در بورس که خود یک بـازار ثانوی است اختیارها مثل سهام بـی‌نـام و هماننـد کالاهـای مـادی بـاارزش همـواره خریدوفروش می‌شوند.

صرفنظر از تفاوتی که در نحوه پدید آوردن حق برای خریدار اختیار معاملـه در هریک از دو بازار اولیه و ثانویه وجود دارد، عنصر اصلی ناشـی از قـرارداد اختیـار، منفعت مادی و حقی است که عاید خریدار می‌شود. به همـین علـت نیـز بسـیاری، بدون تفکیک قرارداد پیش‌گفته به اعتبار بازار اولیـه و ثانویـه و سرچشـمه و مبنـای پدید آوردن حق، فقط به جنبه مثبت قرارداد و پدید آوردن حق برای خریدار توجـه کرده و بر همین مبنا قرارداد پیش‌گفته را تعریف کرده‌اند.

با توجه به ماهیت قرارداد اختیار معامله کـه قـرارداد جدیـد و مسـتقلی اسـت، درصورت رعایت ضوابط عمومی قراردادهـا ماننـد ممنوعیـت اکـل مـال بـه باطـل، ممنوعیت ضرر، ممنوعیت غرر و ممنوعیت ربا، می تواند قرارداد صحیحی باشـد. بـا توجه به اینکه در قراردادهای اختیار معامله (اختیـار خریـد و اختیـار فـروش) ایـن ضوابط رعایت می‌شود، این معاملات مشمول عمومات و اطلاقـات بـاب معـاملات بوده و محکوم به صحت خواهند بود (مصوبات کمیته تخصصی فقهی، ۱۳۹۰: ۱۹).

۳-۲. دارایی‌های پایه مورد قبول در قراردادهای اختیار معامله در بازار مالی اسلامی

قراردادهای اختیار معامله روی آن دسته از دارایـی‌هـای پایـه کـه از اسـاس قابلیـت تحویل ندارند، مانند قرارداد اختیار معامله روی شاخص سهام و امثال اینهـا صـحیح

نیست؛ اما قرارداد اختیار معامله روی دارایی‌های پایه‌ای چون کالا، ارز و سهام صحیح است (مصوبات کمیته تخصصی فقهی، ۱۳۹۰: ۱۹).

۳. تشریح مدل بلک شولز

۳-۱. مفروضات مدل بلک شولز

پیش از ورود به بحث قیمت‌گذاری مدل بلک شولز ابتدا باید مفروضات این مدل بیان شود:

۱. نرخ بهره بدون ریسک، معین و ثابت در طول زمان است؛

۲. قیمت سهام از فرایند گشت تصادفی[1] در زمان پیوسته با نرخ واریانس متناسب با مجذور قیمت سهام پیروی می‌کند؛ ازاین‌رو توزیع قیمت‌های احتمالی سهام در انتهای هر بازه معین لگاریتم نرمال است و نرخ واریانس بازدهی سهام ثابت است؛

۳. به سهام هیچ‌گونه سودی تعلق نمی‌گیرد؛

۴. اختیار خرید یا فروش از نوع «اروپایی» است؛ یعنی تنها می‌توان آن را در سررسید به‌اجرا گذاشت؛

۵. هیچ‌گونه هزینهٔ معاملاتی در خرید یا فروش سهام یا اختیار خرید وجود ندارد؛

۶. براساس نرخ بهره کوتاه‌مدت می‌توان هر کسری از بهای سهام را برای خرید یا نگهداری آن قرض داد؛

۷. فروش استقراضی بدون هیچ محدودیت و جریمه‌ای ممکن است (Fischer and Scholes, 1973: 640).

۳-۲. استخراج مدل بلک شولز

برای اختیار خرید C (s, t) لم‌ایتو نوشته می‌شود:

(۲)

$$dc = \sigma s \frac{\partial c}{\partial s} dz + \left(\mu s \frac{\partial c}{\partial s} + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \frac{\partial^2 c}{\partial s^2} + \frac{\partial c}{\partial t}\right) dt$$

1. Random Walk

حال یک پورتفولیو تشکیل می‌دهیم از یک آپشن و یـک عـدد Δ- از دارایـی پایـه، ارزش این پورتفولیو عبارت است از:

(۳)

$$\pi = C - \Delta S => d\pi = dC - \Delta dS$$

قابل توجه‌ترین جنبه از مدل بلک شولز، اتخاذ استراتژی پوششی کامل بدون ریسک است. دلیل اینکه چرا می‌توان یک پورتفولیو بدون ریسک ایجاد کـرد، آن اسـت کـه قیمت سهام و قیمت اختیار معادله سهام مذکور، هر دو تحت تأثیر یـک منبـع عـدم اطمینان قرار می‌گیرند و این منبع، همان تغییرات قیمـت سـهام اسـت. در هـر دوره زمانی کوتاه‌مدت قیمت یک اختیار خرید همبستگی مثبت و کاملی با سـهام پایـه آن دارد و همچنین قیمت یک اختیار فروش، همبستگی منفی و کاملی با سـهام پایـه آن دارد. در هر اختیار خریدوفروش هنگامی‌که پورتفولیوی متناسب از سـهام و اختیـار معامله صادره روی آن ایجاد شود، سود یا زیان ناشی از موقعیت ایجادشـده توسـط سهام همیشه از طریق زیان (سود) ناشی از موقعیت اختیار معاملـه خنثـی مـی‌شـود. بنابراین در پایان دوره کوتاه‌مدت زمـانی، ارزش کـل پورتفولیـو بـا اطمینـان کـاملی معلوم می‌شود (هال، ۱۳۸۴: ۴۴۰-۴۳۹).

با جایگزینی روابط خواهیم داشت:

(۴)

$$d\pi = (\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \frac{\partial^2 c}{\partial s^2})dt$$

یک اصل کلی معروف با عنوان ارزش‌گذاری بی‌تفاوت نسـبت بـه ریسـک[1] وجـود دارد که بیان می‌کند مشتقات صادره بر روی انواع اوراق بهادار را می‌توان بـا فـرض بی‌تفاوتی نسبت بـه ریسـک، ارزش‌گـذاری کـرد؛ لـذا بـرای ارزش‌گـذاری اختیـار معاملات با استفاده از فرض «ارزش‌گذاری بی‌تفاوت نسبت به ریسک» به‌ترتیب زیر عمل می‌شود (هال، ۱۳۸۴: ۴۴۵):

۱. فرض می‌شود نرخ بازده مورد انتظار دارایی پایه برابـر بـا نـرخ بهـره بـدون ریسک است (μ=r).

۲. ارزش اختیار معامله یا عایدی مورد انتظار اختیار معاملـه در زمـان سررسـید

1. Risk Neutral Valuation

محاسبه می‌شود.

۳. سپس بازده مورد انتظار فوق با نرخ بهره بدون ریسک تنزیل می‌شود.

لذا بلک شولز با استفاده از این اصل، معادله قیمت‌گذاری خود را ارائـه دادنـد. بازدهی بر مقدار π سرمایه‌گذاری‌شده در دارایی‌های بدون ریسـک یـک رشـد $r\pi dt$ در زمان dt دارد. اگر سمت راست معادلهٔ اخیر بزرگ‌تـر از ایـن ($r\pi\, dt$) باشـد، یـک آربیتراژر، سود بدون ریسک تضمین‌شده با قرض گرفتن π برای سـرمایه‌گـذاری در این پورتفولیو می‌برد. اما اگر برعکس بود، این فرد ترجیح می‌دهد پـول خـود را در بانک سرمایه‌گذاری کند.

بنابراین با جایگزینی روابط خواهیم داشت:

(۵)

$$r\pi\, dt = \left(\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \frac{\partial^2 c}{\partial s^2}\right) dt$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \frac{\partial^2 c}{\partial s^2} + r\, s\frac{\partial c}{\partial s} - rc = 0$$

رابطه اخیر را «معادلهٔ دیفرانسیل جزئی بلک شولز» می‌نامند.

اگر قیمت سهام کمتر یا برابر قیمت اجرایی (توافقی) باشد، ارزش یـک اختیـار خرید در سررسید صفر است، اما اگر قیمت سهام بزرگ‌تر از قیمت اجرایـی باشـد، این ارزش، برابر با تفاوت قیمت سهام و قیمت اجرایی است. لـذا شـرایط مـرزی را می‌توان نوشت:

(۶)

$$C(S, T) = S - K \qquad \text{if } S \geq K$$
$$C(S, T) = 0 \qquad \text{if } S < K$$

$$C = Max[o, S - K]$$

با استفاده از این شرایط مرزی، بلک شولز به حل معادله دیفرانسیل پرداختند:

(۷)

$$C(S, T) = SN(d_1) - Ke^{-rT} N(d2)$$

$$d۲ = \frac{\ln\left(S/K\right) + \left(r - \frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d۱ - \sigma\sqrt{T}$$

$$d۱ = \frac{\ln\left(S/K\right) + \left(r + \frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

که در آن: C قیمت اختیار خرید، S قیمت هر سـهم، k قیمـت تـوافقی، r نـرخ بهـرۀ مرکب پیوسته و بدون ریسک، σ تغییرپذیری قیمت هر سهم است.

۳-۳. تجزیه‌وتحلیل مدل بلک شولز

در این بخش ابتدا مختصری از نحوه ورود نرخ بهره در مـدل بلـک شـولز بـا بیـان ایشان صورت می‌گیرد: «ما بر این حقیقت تأکید کردیم کـه فرمـول قـرارداد اختیـار معامله به تغییرات سهام وابسته باشد (و نه به بازدهی انتظاری سهام)؛ به ایـن علـت که مسئله را با استفاده از هر بازدهی انتظاری از سهام بتـوانیم حـل کنـیم. همچنـین فرض کردیم تغییرات سهام ثابت است. لذا تصمیم گرفتیم که بازدهی انتظاری سـهام را برابر با نرخ بهره درنظر بگیریم. محققان پیشین نیز بر قیمت‌گذاری قرارداد اختیـار معامله مفروضات مشابهی را در مورد سهام پایه قرار داده‌اند اما آنهـا فـرض نکردنـد که این بازدهی انتظاری برابر با نرخ بهره است و برای ارزش فعلـی قـرارداد اختیـار معامله مجبور به پیدا کردن راهی برای تنزیل ارزش پایانی انتظـاری قـرارداد اختیـار معامله شدیم و به این نتیجه رسیدیم که اگر سهام، یک بازدهی انتظاری برابر با نـرخ بهره دارد، اختیار معامله نیز می‌تواند همین بازدهی را داشته باشد، پس نـرخ تنزیلـی که ارزش فعلی قرارداد اختیار معامله را می‌دهد نیز برابر با نـرخ بهـره خواهـد بـود» (Fischer, 1989: 6).

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در دو مکان نرخ بهره را وارد کرده‌اند: یـک‌بـار برای درنظر گرفتن پوشش ریسک و بار دیگر برای تنزیل. می‌توان گفت، بلک شولز و مرتـون درواقـع فرمـول جدیـدی بـرای قـرارداد اختیـار معاملـه مطـرح نکردنـد؛ درحالی‌که اساس قیمـت‌گـذاری قـرارداد اختیـار معاملـه بـه سـال‌هـای بسـیار دور برمی‌گردد. بحث بلک شولز مرتون را به‌سادگی می‌توان ایـن‌گونـه بیـان کـرد: یـک قرارداد اختیار معامله می‌تواند با استفاده از یک متدلوژی معین که استراتژی «پوشش پویا»[1] نامیده می‌شود، بـدون ریسـک شـود. ابـزاری بـرای خـالی از ریسـک کـردن پورتفولیو به‌گونه‌ای که دیگر پورتفولیو تصـادفی نخواهـد بـود. (Gaarder Haugb and Nicholas Taleb, 2011: 99)

1. Dynamic Hedging

کمیته نوبل هنگام اعطای جایزه به شولز و مرتون در تقدیر رسمی بیان کردند: بلک، مرتون و شولز در ارائه این حقیقت که برای ارزش‌گذاری قرارداد اختیار معامله نیازی به صرف ریسک[1] وجود ندارد؛ این به‌معنای آن نمی‌باشد که صرف ریسک ناپدید شده است، بلکه در قیمت سهام قرار دارد (Gaarder Haugb and Nicholas Taleb, 2011: 99) و آنچه در اتخاذ تصمیم کمیته نوبل برای اعطای جایزه به مرتون و شولز تأثیرگذار بود، تنها خارج کردن صرف ریسک بود. درواقع به‌خاطر خارج کردن μ از مدل قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله است که کارشان مورد تقدیر قرار گرفت (Derman and Nicholas Taleb, 2005: 324).

درحالی‌که ویژگی ریسک صفر یک معجزه است. یک حالت استثناء است و نه یک قاعده و قانون. در واقع مدل بلک شولز را باید به‌عنوان یک حالت خاص از یک نظریه عمومی تلقی کرد (Bouchaud and Potters, 2001: 482). که در دنیای واقع اتفاق نمی‌افتد. لذا می‌توان اصل ارزش‌گذاری بی‌تفاوت نسبت به ریسک که اساس قیمت‌گذاری مدل بلک شولز است را کنار گذاشت، که در این حالت برابری بازده مورد انتظار دارایی پایه با نرخ بهره نیز حذف می‌شود.

۴. مدل قیمت‌گذاری اسپرنکل

اسپرنکل در سال ۱۹۶۱ فرمول زیر را ارائه داد (Clifford and Smith, 1975: 15).

(۸)

$$C(S,T) = Se^{\rho T} N(d_1) - (1-Z) K.N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(S/K\right) + \left(\rho + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad d_2 = \frac{\ln\left(S/K\right) + \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

که در آن ρ نرخ متوسط رشد قیمت سهام و Z درجه ریسک‌گریزی است.

رابینستین در مقاله‌ای (Rubinstein, 1976: 417-418) با استفاده از مدل اسپرنکل به استخراج مدل بلک شولز با روش زیر پرداخت:

ابتدا برای ارزش آتی انتظاری اختیار خرید در سررسید، رابطه‌ای را استخراج کرده سپس آن را به ارزش فعلی تبدیل می‌کنیم. Q= قیمت جاری اختیار خرید،

1. Risk Premium

S=قیمت جاری سهام، K= قیمت توافقی، $\tilde{Q}_t$= ارزش اختیار خرید در سررسید $\tilde{S}_t$= ارزش سهام در سررسید. ازآنجاکه شرایط مرزی عبارت است از:

(۹)

$$\tilde{Q}_t = 0 \quad \text{if } \tilde{S}_t < K$$

$$\tilde{Q}_t = \tilde{S}_t - K \text{ if } \tilde{S}_t \geq K$$

پس خواهیم داشت:

(۱۰)

$$E\,(Qt)=E(St - K|\tilde{S}_t \geq K)$$

متغیرهایی را تعریف می‌کنیم:

(۱۱)

$$\tilde{R} \equiv \frac{\tilde{S}_t}{S}, \ E(Q_t) = SE\,[R\text{-}(K/S) \mid \tilde{R} \geq (K/S)]\ ,$$

$$\tilde{r} \equiv \ln \tilde{R} \quad , \quad E\,(Qt)=SE(e^r\text{-}(\tfrac{k}{s})|\tilde{r} \geq \ln(\tfrac{k}{s}))$$

ازآنجاکه $\tilde{S}_t$ نرمال لگاریتمی است، $\tilde{R}$ نیز نرمال لگاریتمی است و $\tilde{r}$ نرمال است بنابراین:

(۱۲)

$$E\,(Qt) = S \int_{\ln(\frac{k}{s})}^{\infty} (e^r - \tfrac{k}{s})\, f(r)dr$$

این انتگرال را تفکیک می‌کنیم:

(۱۳)

$$= S\,[\int_{\ln(\frac{k}{s})}^{\infty} e^r f(r)dr] - k/s \int_{\ln(\frac{k}{s})}^{\infty} f(r)dr]$$

حال دو جمله این انتگرال را به‌دست می‌آوریم، برای جمله اول انتگرال می‌شود نشان داد که:

(۱۴)

$$\int_{\ln\left(\frac{k}{s}\right)}^{\infty} f(r)dr = N\left(\frac{-\ln\left(\frac{k}{s}\right) + \mu_r}{\sigma_r}\right)$$

برای جمله دوم می‌توان نشان داد:

(۱۵)

$$\int_{\ln(\frac{k}{s})}^{\infty} e^r f(r)dr = (e^{\mu_r+\frac{1}{2}\sigma^2 r}).\ N(\frac{-\ln(\frac{k}{s})+\mu_r}{\sigma_r} + \sigma_r)$$

رابطهٔ (۱۴) و (۱۵) را در معادلهٔ (۱۳) جایگزین می‌کنیم:

(۱۶)

$$E(Q_t) = S\,[e^{\mu_r+{}^1/_2\sigma_r^2} N(Z^* + \sigma_r) - {}^k/_S\, N(z^*)]$$
$$= Se^{\mu_r+{}^{\sigma_r^2}/_2}\, N(z^* + \sigma_r) - k\, N(z^*) = S\mu_R N(z^* + \sigma_r) - KN\,(z^*)$$

به‌طوری که $\mu_R = e^{\mu_r+{}^{\sigma_r^2}/_2}$ و $\mu_r = ln\mu_R - {}^{\sigma_r^2}/_2$ است.

حال $E\,(Qt)$ با μ_Q (نرخ مرکب انتظاری بازدهی اختیار خرید) تنزیل می‌شود:

(۱۷)

$$Q = [S\mu_R\, N(z^* + \sigma_r) - KN(z^*)]/\mu_Q$$

با فرض ریسک خنثایی و اینکه نرخ انتظاری بازدهی سهام واختیار خرید برابر با نرخ بهره بدون ریسک باشد، داریم: $\mu_Q = \mu_R = R_f$. اگر نرخ بدون ریسک طی زمان ثابت باشد، $rf = (\mu_R)^{1/t} = (\mu_Q)^{1/t}$، نرخ بازدهی سهام پایه، یک مدل گشت تصادفی مانا را دنبال می‌کند. لذا $\sigma_r^2 = t\sigma^2$ می‌شود. در نتیجه معادلهٔ (۱۷) دقیقاً همان معادله بلک شولز می‌شود. همان‌گونه که بلک شولز بیان داشتند: اسپرنکل یک فرمول برای ارزش پایانی انتظاری اختیار معامله ارائه داد؛ با این تفاوت که سهام می‌تواند هر بازدهی انتظاری ثابتی داشته باشد، ما با قرار دادن نرخ بهره برای بازدهی انتظاری سهام در فرمول وی به فرمولی برای ارزش پایانی انتظاری اختیار معامله رسیدیم، اما ارزش پایانی انتظاری اختیار معامله مدنظر ما نبود و ارزش فعلی این قرارداد مهم بود؛ لذا برای ارزش فعلی قرارداد اختیار معامله مجبور به پیدا کردن راهی برای تنزیل ارزش پایانی انتظاری قرارداد اختیار معامله شدیم و به این نتیجه رسیدیم که اگر سهام، یک بازدهی انتظاری برابر با نرخ بهره دارد، اختیار معامله نیز می‌تواند همین بازدهی را داشته باشد. پس نرخ تنزیلی که ارزش فعلی قرارداد اختیار معامله را می‌دهد نیز برابر با نرخ بهره خواهد بود» (Fischer, 1989: 6).

در بخش (۳-۳) بیان شد که برابری بازدهی انتظاری سهام یا قرارداد اختیار خرید با نرخ بهره لزوماً برقرار نخواهد بود و با توجه به اصول مالی اسلامی و منع بهره، این تساوی را نمی‌پذیریم و معادله (۱۷) می‌تواند به‌عنوان یک مدل قیمت‌گذاری مناسب برای اختیار خرید در بازار مالی اسلامی استفاده شود.

۵. مدل قیمت‌گذاری ساموئلسون

ساموئلسون در سال ۱۹۶۵ فرمول زیر را برای قیمت‌گذاری اختیار خرید ارائه داد که در آن α نرخ متوسط رشد قیمت سهام و β نرخ متوسط رشد قیمت اختیار خرید است (Bellalah , 2009 :79).

(۱۸)

$$C(S,T) = Xe^{(\alpha-\beta)T}N(d_۱) - ae^{-\beta T}.N(d_۲)$$

$$d_۱ = \frac{\ln\left(\frac{x}{a}\right) + \left(\alpha + \frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad d_۲ = \frac{\ln\left(\frac{x}{a}\right) + \left(\alpha - \frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

درواقع روش استخراج فرمول ساموئلسون همانند بلک شولز است، با این تفاوت که فرض ریسک خنثایی را مطرح نمی‌کند؛ لذا نرخ بهره که بیانگر نرخ بدون ریسک است در معادلات وارد نمی‌شود.

وی همانند معادله زیر را برای فرایند قیمت‌گذاری سهام تعریف می‌کند: به‌گونه‌ای که σ= انحراف معیار، α= قیمت اجرایی، dz= فرایند واینرگوسی استاندارد با میانگین صفر و انحراف استاندارد یک، τ= زمان تا سررسید است. فرض می‌شود α و σ ثابت هستند؛ بنابراین بازدهی بر سهام در هر فاصله زمانی معین نرمال لگاریتمی است.

(۱۹)

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz$$

بنابراین قیمت اختیار خرید تابعی است از:

(۲۰)

$$C = F(x, \tau;\ \sigma^2, a, \alpha, \beta)$$

با به‌کارگیری لم‌ایتو پویایی‌های قیمت اختیار خرید توسط معادله دیفرانسیل تصادفی زیر حاصل می‌شود: (Samuelson, 1973: 35).

(۲۱)

$$dc = F1dx + F2d\,\tau + \frac{1}{2}F11(dx)2$$

با به‌کارگیری این شرط که بازدهی انتظاری مورد نیاز بر اختیار خرید β است، یک معادله دیفرانسیل جزئی خطی از نوع پارابولیک برای قیمت اختیار خرید به‌دست

می‌آید:

(۲۲)

$$0=\frac{1}{2}\sigma 2\ x2\ F11 + \alpha x F1 - \beta f - F2$$

شرایط مرزیح برای اختیار خرید اروپایی عبارت است از:

(۲۳)

a) $F(0, \tau; \sigma^2, a, \alpha, \beta) = 0$

b) $F(x, 0; \sigma^2, a, \alpha, \beta) = \max[0, x - a]$

همانند فرمول‌بندی مدل بلک شولز یک پورتفولیو شامل سهام و اختیار خرید درنظر می‌گیریم؛ به‌طوری که مجموع سرمایه‌گذاری در پورتفولیو صفر است. فرض می‌شود W_1 تعداد واحدهایی از پول است که در این پورتفولیو در سهام سرمایه‌گذاری می‌شود و W_2 تعداد واحدهایی از پول است که در اختیار خرید سرمایه‌گذاری می‌شود. شرط مجموع سرمایه‌گذاری صفر عبارت است از: $W1+W2=0$؛ اگر dy بازدهی پول در این پورتفولیو باشد می‌توان نشان داد: (Merton,1973: 164).

(۲۴)

$$dy = w1\frac{dx}{x} + w2\frac{dc}{C} = [w1\alpha + w2\beta]dt + [w1\sigma + w2\gamma]\ dz$$

یک استراتژی درنظر می‌گیریم، $wj= w_j^*$ به‌طوری که ضرایب dz در معادلهٔ (۲۴) همیشه صفر باشد. سپس بازدهی پول بر پورتفولیو dy^* غیرتصادفی خواهد شد. ازآنجاکه پورتفولیو نیاز به سرمایه‌گذاری صفر دارد، به‌منظور جلوگیری از سود آربیتراژ، بازدهی انتظاری پورتفولیو باید در این استراتژی صفر باشد.

(۲۵)

$$\alpha w_1^* + \beta w_2^* = 0$$

$$\sigma w_1^* + \gamma w_2^* = 0$$

$$W_1^* \neq 0 \quad w_2^* \neq 0$$

(۲۶)

$$\Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\gamma}{\sigma}$$

با جایگذاری مقدار γ و β در رابطهٔ (۲۶) خواهیم داشت:

(۲۷)

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\,\sigma^2 x^2 F_{11} + \alpha x F_1 - F_2\right)/_F}{\alpha} = \frac{\sigma x F_1/_F}{\sigma}$$

$$=> \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{11} - F_2 = 0$$

با تغییر متغیرها $\sigma^2\tau$ ≡ T ، $S \equiv xe^{\alpha\tau}/_a$ ، $f \equiv F_e^{\beta\tau}/_a$ و جـایگزینی در رابطـهٔ (۲۷) خواهیم داشت:

(۲۸)

$$\frac{1}{2}S^2 f_{11} - f_2 = 0$$

شرایط مرزی

$$\begin{cases} a)\ f(0\,,\,T) = 0 \\ b)\ f(S\,,\,0) = \max\,[0\,,\,S-1] \end{cases}$$

زمانی‌که سرمایه‌گذاران نیازمند یک بازدهی صفر بـر اختیـار خریـد هسـتند، f ارزش یک اختیار خرید از نوع اروپایی با قیمت اجرایی واحد و زمان تا سررسید T بر یک سهام با بازدهی انتظاری صفر و واریانس یک است؛ یعنی: (Samuelson, 1973: 35)

(۲۹)

$$f\,(S\,,\,T) = F\,(S\,,\,T;\,1\,,\,1\,,\,0\,,\,0)$$

برای حل معادلهٔ (۲۸) آن را با تغییر متغیر به‌صورت استاندارد می‌نویسیم:

(۳۰)

$$y \equiv \log S + \frac{1}{2}T \quad و \quad \phi(Y\,,T) \equiv f\,(S,T)/_S$$

$$\frac{1}{2}\phi 11 - \phi 2 = 0$$

شرایط مرزی

$$\begin{cases} a)\ |\phi| \le 1 \\ b)\ \phi\,(y\,,\,0) = \max\,[0\,,\,1-e^{-y}] \end{cases}$$

برای حل معادلهٔ (۳۰) از تبدیل فـوریر[1] بـرای تفکیـک متغیرهـا اسـتفاده مـی‌شـود. بنابراین حل معادلهٔ (۲۳) عبارت خواهد بود از (Samuelson, 1973: 36):

(۳۱)

$$F = \frac{e^{-\beta\tau}}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau}} \int_{\log(a/_x)}^{\infty} (xe^z - a)\,\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(z-(\alpha-\frac{1}{2}\,\sigma^2)\tau)^2}{\sigma^2\tau}\right] dz$$

1. Fourier Transforms

$$=e^{-(\beta-\alpha)\tau}\, x\, N\left[\frac{\log(x/a)+(\alpha+1/2\,\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right]-ae^{-\beta\tau}\, N\left[\frac{\log\left(\frac{x}{a}\right)+(\alpha-1/2\,\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right]$$

با شرط $\alpha = \beta$ معادلهٔ اخیر تبدیل می‌شود به (Samuelson, 1973: 13):

(۳۲)

$$C\,(x\,,T;\sigma^2,a\,,\alpha)=\ e^{-\alpha T}\int_0^\infty \max(0\,,\ xz-a)L(dz;T\mu\,,T\sigma^2\,)$$
$$=e^{-\alpha T}\int_{-\infty}^0 \max(0\,,\ xe^y-a)\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{T}}\,.\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(y-T\mu)^2}{\sigma^2T}\right]dy$$
$$=xN\,[v]-ae^{-\alpha T}N\,[v-\ \delta\sqrt{t}]$$
$$v\ =\ [\log\,(x/a)\ +\ (\alpha+1/2\ \sigma^2)T]\Big/(\sigma\sqrt{T})$$

به‌طوری که:

(۳۳)

$$L\,(x;T\mu\,,\sigma\sqrt{T})=N\,(\frac{\log x-\mu T}{\sigma\sqrt{T}})$$
$$\mu=E\,\{log\ \frac{x_1}{x_0}\}=\int_0^\infty log\ \ xL\,(dx;\ \mu,\ \sigma)=\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\int_{-\infty}^\infty y\,\exp[-1/2\ \frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2}]$$
dy
$$\sigma^2=\mathrm{var}\{log\ \frac{x_1}{x_0}\}=\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\int_0^\infty(y-\mu)^2\exp\ [(-1/2).\frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2}]\ dy$$
$$e^\alpha=E\{\frac{x_1}{x_0}\}=\ \int_0^\infty xl\,(dx;\ \mu,\sigma)=\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\int_0^\infty e^y\exp\ [-1/2.\frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2}]\ dy$$
$$=\ e^{\mu+1/2\sigma^2}$$

که اگر $\alpha = r$ باشد درواقع همانند معادلهٔ بلک شولز است.

جدول شماره (۱). مقایسه سه مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله

نام مدل	فرمول	نرخ مورد استفاده
اسپرنکل (۱۹۶۱م.)	$C(S,T)=Se^{\rho T}N(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(\rho+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})-(1-Z)K.N(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(\rho-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})$	ρ نرخ متوسط رشد قیمت سهام
ساموئلسون (۱۹۶۵م.)	$C(S,T)=Se^{(\rho-\omega)T}N(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(\rho+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})-e^{-\omega T}K.N(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(\rho-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})$	ρ نرخ متوسط رشد قیمت سهام و ω نرخ متوسط رشد قیمت اختیار خرید
بلک شولز مرتون (۱۹۷۳م.)	$C(S,T)=SN(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})-Ke^{-rT}N(\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}})$	r نرخ بهره بدون ریسک

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، تفاوت این سه مدل در تعریف متغیر r است که در مدل بلک شولز به نرخ بهره اشاره دارد، در مدل اسپرنکل دو متغیر μ_R= نرخ انتظاری بازدهی سهام و μ_Q= نرخ انتظاری بازدهی اختیار خرید در فرمول دیده

می‌شود و در مدل ساموئلسون α =نرخ بازدهی انتظاری اختیار خرید یا نرخ انتظاری بازدهی قیمت سهام وجود دارد.

۶. مدل قیمت‌گذاری سازگار با اصول شریعت اسلام برای قرارداد اختیار خرید

۱-۶. مفروضات مدل

برقراری یک مدل بر مفروضات آن مدل استوار است. لذا ابتدا مفروضات مدل مطرح می‌شود:

۱. دارایی پایه سهام درنظر گرفته شده است؛

۲. قیمت سهام از فرایند گشت تصادفی در زمان پیوسته با نرخ واریانس متناسب با مجذور قیمت سهام پیروی می‌کند. از این‌رو توزیع قیمت‌های احتمالی سهام در انتهای هر بازه معین لگاریتم نرمال است و نرخ واریانس بازدهی سهام ثابت است؛

۳. به سهام هیچ‌گونه سودی تعلق نمی‌گیرد؛

۴. اختیار خرید از نوع «اروپایی» است، یعنی تنها می‌توان آن را در سررسید به‌اجرا گذاشت؛

۵. هیچ‌گونه هزینه معاملاتی در خرید یا فروش سهام یا اختیار خرید وجود ندارد؛

۶. نقض فرض ارزش‌گذاری بی‌تفاوتی نسبت به ریسک که در مدل بلک شولز اساس قیمت‌گذاری اختیار خرید قرار گرفته است.

لازم به ذکر است پنج فرض نخست درنظرگرفته مشابه مفروضات بلک شولز است؛ با این تفاوت که فرض ارزش‌گذاری بی‌تفاوتی نسبت به ریسک در مدل جدید مطرح نشده است؛ درحالی‌که این فرض، اساس مدل قیمت‌گذاری بلک شولز می‌باشد و در فرض شماره ۶ ما بیان کرده‌ایم که با نقض این فرض می‌توان برای اختیار خرید مدل قیمت‌گذاری ارائه داد.

۲-۶. تبیین مدل

همان‌گونه که در بخش ۴ عنوان شد، ویژگی ریسک صفر، یک معجزه و یک حالت

استثناء است و درواقع مدل بلک شولز را باید به‌عنوان یک حالت خاص از یک نظریه عمومی تلقی کرد که در دنیای واقعی اتفاق نمی‌افتد. لذا اصل ارزش‌گذاری بی‌تفاوت نسبت به ریسک که اساس قیمت‌گذاری مدل بلک شولز است به کنار می‌رود و برابری بازده مورد انتظار دارایی پایه با نرخ بهره حذف می‌شود، همچنین بیان شد از نرخ بهره برای تنزیل عایدی مورد انتظار اختیار معامله استفاده می‌شود، درحالی‌که به‌جای نرخ بهره باید متغیری جایگزین را قرار دهیم که با اصول شریعت دین اسلام سازگار باشد. در بخش پیش ملاحظه شد، تفاوت سه مدل بلک شولز، اسپرنکل و ساموئلسون در تعریف متغیر r است که در مدل بلک شولز به نرخ بهره اشاره دارد، در مدل اسپرنکل دو متغیر نرخ انتظاری بازدهی سهام و نرخ انتظاری بازدهی اختیار خرید در فرمول دیده می‌شود و در مدل ساموئلسون نرخ بازدهی انتظاری اختیار خرید یا نرخ انتظاری بازدهی قیمت سهام وجود دارد. لذا با پذیرفتن هریک از این نرخ‌ها به‌جای نرخ بهره می‌توان به مدل مناسب قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید دست یافت.

! نتیجه این بحث اینکه: از معادلات (۷)، (۱۷) و (۳۲) داریم:

(۷)

$$C(S,T)=SN(d_1)-Ke^{rT}N(d2)$$

$$d۲=\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(r-\frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}=d۱-\sigma\sqrt{T} \quad \text{و}$$

$$d۱=\frac{\ln\left(S/K\right)+\left(r+\frac{\sigma^۲}{۲}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

(۱۷)

$$Q=[[S\mu_R\, N(z^*+\sigma_r)-KN(z^*)]/\mu_Q$$

$$Z*=\frac{-\ln\left(\frac{k}{s}\right)+\mu_r}{\sigma_r} \quad \text{و} \quad \mu_R=e^{\mu_r+\sigma_r^2/2} \quad \text{و} \mu_r=ln\mu_R-\sigma_r^2/2$$

(۳۲)

$$C(x,T;\sigma^2,a,\alpha)==xN[v]-ae^{-\alpha T}N[v-\delta\sqrt{t}]$$

$$v=[\log(x/a)+(\alpha+1/2\,\sigma^2)T]/(\sigma\sqrt{T})$$

که معادله (۱۷) با شرط برابری $\mu_R=\mu_Q$ به رابطه (۳۲) تبدیل می‌شود. در اینجا

مشخص می‌شود که اختیار خرید می‌تواند بدون درنظر گرفتن نرخ بهره نیز قیمت‌گذاری شود و هدف مقاله محقق خواهد شد.

نتیجه‌گیری

با توجه به بررسی فقهی انجام‌شده بیان شد، قراردادهای اختیار معامله (اختیار خرید و اختیار فروش) در بازار اولیه از سنخ تعهدات هستند و قرارداد جدید و مستقلی می‌باشند و در بازار ثانویه اختیار معامله از سنخ خرید و فروش حق خواهد بود. که در صورت رعایت ضوابط عمومی قراردادها مانند ممنوعیت اکل مال به باطل، ممنوعیت ضرر، ممنوعیت غرر و ممنوعیت ربا، می‌تواند قرارداد صحیحی باشد.

در مورد دارایی پایه نیز یک محدودیت اصلی در بازار مالی اسلامی وجود دارد و آن اینکه قراردادهای اختیار معامله روی آن‌دسته از دارایی‌های پایه که از اساس قابلیت تحویل ندارند، مانند قرارداد اختیار معامله روی شاخص سهام و امثال اینها صحیح نیست، اما این قرارداد روی دارایی‌های پایه‌ای چون کالا، ارز و سهام صحیح است و این نکته یک وجه تمایز اصلی قرارداد اختیار معامله در بازار مالی اسلامی و بازار متعارف است.

برای ورود به بحث قیمت‌گذاری این قرارداد نیز به بررسی استخراج ریاضی و تجزیه‌وتحلیل مدل بلک شولز پرداخته شد و با بحث در مورد نحوهٔ وارد شدن نرخ بهره در این مدل، مشاهده شد با فرض پوشش کامل ریسک و برابری بازده انتظاری سهام با نرخ بهره است که مدل بلک شولز شکل گرفته است؛ درحالی‌که ویژگی ریسک صفر یک حالت استثناء است و نه یک قاعده و قانون. درواقع مدل بلک شولز را باید به‌عنوان یک حالت خاص از یک نظریه عمومی تلقی کرد. سپس با بررسی تطبیقی مدل اسپرنکل و ساموئلسون با مدل بلک شولز ملاحظه شد، فرمول استخراج‌شده می‌تواند با هریک از مدل‌های اسپرنکل و ساموئلسون تطبیق یابد و فرمولی بدون نرخ بهره با قید دارایی پایه مقبول از نظر شریعت استخراج شود. درواقع این مدل‌های ارائه‌شده دو تفاوت اصلی با مدل قیمت‌گذاری این قرارداد در بازار مالی متعارف دارد؛ یکی در مورد دارایی پایه مورد قبول است (سهام) و دیگری در مورد نبود نرخ بهره.

نکته دیگر اینکه برای جلوگیری از توسعه اقتصاد کاغذی، کمیته فقهی سازمان بورس و اوراق بهادار ایران مصوب کرده است، در تنظیم آیین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌های اجرایی قرارداد اختیار معامله باید دقت شود، تا از معاملات صوری و بی‌رویه که موجب بطلان قرارداد و اختلال اقتصادی می‌شود پرهیز شود.

برای این منظور مقرر شده است با نظارت سازمان بورس و اوراق بهادار، موارد زیر در آیین‌نامه اجرایی گنجانده شود: (مصوبات کمیته تخصصی فقهی، ۱۳۹۰: ۱۹).

تدابیری در قراردادها اتخاذ شود تا درصورت انتخاب گزینه اعمال حق خرید یا فروش، فروشنده اختیار، ملزم به انجام معامله باشد و در صورت امتناع مشمول جریمه بازدارنده شود.

تدابیری در قراردادها اتخاذ شود تا در صورت انتخاب گزینه اعمال حق خرید یا فروش، قابلیت خریدوفروش فراهم باشد. بنابراین میزان قرارداد هر فروشنده و خریدار، میزان معاملات هر کارگزار و میزان معاملات کل بازار، باید نسبت به موضوع هر قرارداد اختیار تعریف و معاملات بازار در آن حد کنترل شود.

راهکارهای عملی برای شناسایی اعتبار فروشنده اختیار و میزان توانایی وی برای انجام تعهدات تعریف، و در اختیار کارگزاران گذاشته شود و مطابق آنها نظارت و کنترل شود.

منابع

الف ـ فارسی

حسین‌زاده، جواد. ۱۳۸۸. «اوصاف قرارداد اختیار معامله»، ***فصلنامه حقوق اسلامی***، سال ششم، شماره ۲۲.

حسین‌زاده، جواد و عبدالحسین شیروی. ۱۳۸۶. «وضعیت فقهی و حقوقی قرارداد اختیار معامله»، ***فصلنامه اقتصاد اسلامی***، سال هفتم، شماره ۲۷.

درخشان، مسعود. ۱۳۹۰. «مشتقات و مدیریت ریسک در بازارهای نفت»، انتشارات مؤسسه مطالعات بین‌المللی انرژی، چاپ دوم.

راعی، رضا، سیاح، سجاد و غلامرضا مصباحی‌مقدم. ۱۳۹۰. «تبیین ابعاد فقهی، حقوقی و نظارتی قرارداد اختیار معامله در بازار مالی ایران»، ***تحقیقات مالی***، شماره ۳۲.

مصوبات کمیته تخصصی فقهی. ۱۳۹۰. سازمان بورس و اوراق بهادار.

معصومی‌نیا، علی و سید اکبر سیدی‌نیا. ۱۳۸۹. «بررسی فقهی قرارداد اختیار معامله»، ***فصلنامه اقتصاد اسلامی***، سال دهم، شماره ۴۰.

معصومی‌نیا، غلامعلی. ۱۳۸۹. ***ابزارهای مشتقه؛ بررسی فقهی و اقتصادی***، تهران: سازمان انتشارات پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی.

هال،جان ۱۳۸۴. ***مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک***، ترجمه سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی، گروه رایانه تدبیرپرداز.

ب ـ انگلیسی

Askari, Hossein, Iqbal, Zamir , Krichenne, Noureddine and Abbas Mirakhor. 2010. ***The Stability of Islamic Finance: Creating a Resilient Financial Environment for a Secure Future***, Wiley Finance [Hardcover], ch. 6.

al-suwailem, Sami and M.kabir Hassan. 2011. "an Islamic Perspective of Financial Engineering", ***Islamic Capital Markets; Products and Startegies***, John wiley & Sons, ltd.

Black, Fischer and Myron Scholes. 1973. "The Pricing of Options and Corporate

Liabilities", ***Journal of Political Economy***, Vol. 81, No. 3.

Black, Fischer. Winter 1989. "How We Came Up With The Option Formula", ***Journal of Portfolio Management***, 15, 2; ABI/INFORM Global.

Boness, James. Apr., 1964. "Elements of a Theory of Stock-Option Value", ***Journal of Political Economy***, Vol. 72, No. 2.

Bouchaud, J-P. and M. Potters. 2001. "Welcome to a non-Black-Scholes World", ***Quantitative Finance***, 1:5.

Clifford W. Smith, Jr. 1976. "Option Pricing, A Review", ***Journal of Financial Economics***, No. 3.

Derman, Emanuel and Nassim Nicholas Taleb. August 2005. "The Illusions of Dynamic Replication, ***Quantitative Finance***, Vol. 5, No. 4.

Galai, Dan. Mar. 1978. "On the Boness and Black-Scholes Models for Valuation of Call Options", ***The Journal of Financial and Quantitative Analysis***, Vol. 13, No. 1.

Gaarder Haugb, Espen and Nassim Nicholas Taleb. 2011. "Option Traders use (Very) Sophisticated Heuristics, Never the Black–Scholes–Merton formula, ***Journal of Economic Behavior & Organization***, 77.

JOBST, Andreas A. 2008. "Derivatives in Islamic Finance, International Monetary Fund", ***International Conference on Islamic Capital Markets***.

Merton, Robert C. 1973. "Theory of Rational Option Pricing", T***he Bell Journal of Economics and Management Science,*** Vol.4, Issue. 1.

Mondher, Bellalah. 2009. ***Option Pricing in Continuous–Time: The Black-Scholes-Merton Theory and Its Exensions***, Ch.2, World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd.

Rubinstein, Mark. 1979. "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options", ***The Bell Journal of Economics***, Vol. 7, No. 2.

Samuelson,Paul A. 1973. "Mathematics of Speculative Price", in: ***Mathematical Topics in Economics Theory and Computation***, SIAM, Philadelphia, pp. 1-42.

Wilmott, paul. 1995. ***the Mathematical of Financial Derivatives***, Student introduction, Cambridge University Press.

Willi Semmler and Karim M. Youssef. 2008. ***Option Pricing with Constant & Time Varying Volatility***.