

# برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های مختلف: رویکرد تجزیه و تحلیل موجک

\* اسدالله فرزین‌وش

\*\* امید فرمان‌آرا

\*\*\* شاپور محمدی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۵/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۷/۷

## چکیده

در این مقاله با استفاده از رویکرد تجزیه و تحلیل موجک رابطه بین بازارهای نقدی و آتی سکه طلا در زمان - مقیاس‌های مختلف بررسی و نسبت بهینه پوشش ریسک در افق‌های زمانی مختلف برآورد شده است. برای این منظور از تبدیل موجک گسسته حداقل همپوشانی استفاده شده و نتایج حاصل از تجزیه موجک حاکی از آن است که واریانس بازدهی هر دو بازار نقدی و آتی در زمان - مقیاس‌های بزرگ‌تر، کاهش می‌یابد. همچنین براساس ضربه همبستگی برآورده شده، يك رابطه مثبت بین بازدهی دو بازار نقدی و آتی سکه طلا وجود دارد که با افزایش زمان - مقیاس قوی‌تر می‌شود. نسبت بهینه پوشش ریسک و درجه کارایی پوشش ریسک نیز در افق زمانی بلندمدت افزایش می‌یابد و مقایسه مطلوبیت اکتسابی از پوشش ریسک بیانگر آن است که کارایی استراتژی‌های پوشش ریسک تنها به افق زمانی بستگی ندارد، بلکه به درجه ریسک گریزی سرمایه‌گذاران نیز مربوط می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نسبت بهینه پوشش ریسک، رویکرد تجزیه و تحلیل موجک، درجه کارایی پوشش ریسک، تابع مطلوبیت

طبقه‌بندی JEL: G13, G11

farzinv@ut.ac.ir

omidfarmanara@yahoo.com

shmohammadi@gmail.com

\* دانشیار دانشگاه تهران

\*\* دانشجوی دکتری دانشگاه تهران

\*\*\* دانشیار دانشگاه تهران



## ۱. مقدمه، بیان مسئله و ضرورت انجام

یکی از مهم‌ترین کاربردهای ابزارهای مشتقه به‌ویژه قراردادهای آتی، پوشش ریسک<sup>۱</sup> است. این موضوع با استقبال زیادی در ادبیات علمی مواجه شده است و تعداد زیادی از مقالات علمی را به خود اختصاص داده است. در سال‌های اخیر قراردادهای مشتقه در ایران نیز معرفی شده‌اند. نخستین قرارداد آتی در ایران در آذرماه سال ۱۳۸۷ با دارایی پایه سکه بهار آزادی طرح امام (ره) در بورس کالای ایران مورد معامله قرار گرفت. همچنین در سال ۱۳۸۹ قراردادهای آتی با دارایی پایه سهام در بورس اوراق بهادر تهران راه‌اندازی شده است. یکی از اهداف مهمی که قراردادهای مشتقه اعم از قراردادهای آتی، اختیار معامله و... دنبال می‌کنند، مدیریت ریسک ناشی از نوسانات قیمت دارایی پایه<sup>۲</sup> است. نوسانات قیمت دارایی پایه اعم از کالا یا دارایی‌های مالی برای دارنده آن دربردارنده ریسک بوده و لذا دارای عدم مطلوب است. لذا موضوع مورد بررسی مقاله حاضر، پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی می‌باشد. برای پرداختن به موضوع پوشش ریسک، آشنایی با مفهوم نسبت بهینه پوشش ریسک<sup>۳</sup> اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. نسبت بهینه پوشش ریسک عبارت است از تعداد قراردادهای آتی که برای پوشش ریسک یک واحد دارایی پایه قابل معامله در بازار نقدی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان مثال پوشش‌دهنده ریسکی که ۲۰ هزار بشکه نفت خام در آینده نیاز دارد و برای پوشش ریسک ناشی از نوسانات قیمت، اقدام به خرید قرارداد آتی به میزان ۲۰ هزار بشکه می‌کند،

- 
1. Hedging
  2. Underlying Asset
  3. Optimal Hedge Ratio

درواقع مقدار نسبت پوشش ریسک را برابر یک درنظر گرفته است و اگر مقدار قرارداد آتی خریداری شده توسط وی کمتر از ۲۰ هزار بشکه باشد، نسبت پوشش ریسک وی کمتر از یک می‌باشد. نکته حائز اهمیت در مورد نسبت پوشش ریسک این است که برابر یک بودن این نسبت برای پوشش ریسک لزوماً بهینه نیست و می‌توان با تعداد قراردادهای آتی کمتری به استراتژی پوشش ریسک بهینه دست یافت. حال سوال این است که در بازار یک دارایی پایه مشخص، مقدار نسبت بهینه پوشش ریسک چقدر است و یک سرمایه‌گذار برای پوشش ریسک خود چه تعداد قرارداد آتی باید نگهداری کند. موضوع نسبت بهینه پوشش ریسک ادبیات بسیار وسیعی را به خود اختصاص داده است. نکته مهم در این مورد این است که نسبت پوشش ریسک بسته به اینکه چه تابع هدفی برای بهینه‌یابی مدنظر قرار گرفته باشد و همچنین برآورد نسبت پوشش ریسک به چه روشی صورت گرفته باشد، مقدار متفاوتی خواهد بود. روش‌های گوناگونی که در ادبیات تجربی توسعه داده شده‌اند، اغلب در فضای ایستا، آن هم صرفاً برای یک دوره زمانی مشخص به بررسی نسبت پوشش ریسک پرداخته و یا نهایتاً روش‌های مختلف کمی برای برآورد کاراتر نسبت بهینه پوشش ریسک را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند. صرفاً مطالعاتی محدود و با کاربردهایی خاص با رویکرد تغییرپذیری در طول زمان در خصوص نسبت پوشش ریسک انجام شده است. این درحالی است که برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک به عنوان مهم‌ترین پارامتر مدیریت ریسک سبد دارایی برای یک دوره زمانی مشخص و به صورت ثابت و غیرقابل تغییر نسبت به تغییر شرایط در طول زمان قادر کارایی لازم خواهد بود. بنابراین از آنجاکه افق زمانی تشکیل سبد دارایی افراد چه با هدف سرمایه‌گذاری و چه با هدف پوشش ریسک می‌تواند حداقل به کوتاه‌مدت و بلندمدت تقسیم شود، کارایی استراتژی‌های پوشش ریسک منوط به برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در افق‌های زمانی مختلف است. میزان ریسک‌پذیری، حجم سرمایه‌گذاری به معنای میزان نیاز به کالا (خرید یا فروش آن)، احتمال نوسان قیمت‌ها (ریسک قیمتی) و بسیاری از پارامترهای مهم دیگر در تصمیم‌گیری افراد قطعاً بسته به تغییرات بازارهای نقدی و آتی در زمان - مقیاس‌های مختلف (از فواصل زمانی کوچک تا مقیاس‌های زمانی بزرگ) چهار تغییر خواهند شد. لذا



چنانچه یک روش برآورده نسبت بهینه پوشش ریسک این قابلیت را داشته باشد که در زمان - مقیاس‌های مختلف، میزان بهینه پوشش ریسک را با توجه به درجه ریسک‌گریزی افراد و درنظر گرفتن رابطه بین بازارهای آتی و نقدی در طول زمان محاسبه نماید، نیازهای مورد نظر را برطرف می‌کند؛ بنابراین در این مقاله به دنبال بررسی و تحلیل رابطه بلندمدت و کوتاه‌مدت بین قیمت‌های بازار نقدی و آتی با استفاده از رویکرد تجزیه و تحلیل موجک هستیم. زیرا همان‌گونه که ذکر شد، نحوه مدل‌سازی و برآورده نسبت پوشش ریسک در مدیریت ریسک سبد دارایی بسیار اهمیت دارد. به عنوان مثال در مبحث مدیریت ریسک در اقتصاد مالی، ریسک مترتب بر سبد دارایی در زمان - مقیاس‌های مختلف ارزیابی می‌شود که می‌تواند از فواصل زمانی بسیار کوچک در حد دقايق تا زمان - مقیاس‌های بزرگ‌تر نظیر روزها و یا حتی ماه‌ها تغییر یابد. اهمیت این موضوع را می‌توان در این سؤال جستجو نمود که آیا همبستگی یا کوواریانس میان بازار نقدی و آتی در بلندمدت و کوتاه‌مدت یکسان خواهد بود. متعاقباً می‌توان این سؤال را نیز مطرح کرد که آیا نسبت بهینه پوشش ریسک<sup>۱</sup> در کوتاه‌مدت و بلندمدت یکسان هستند. در پاسخ به سوالات فوق آن‌گونه که مطالعه لی (1999) نشان می‌دهد، با درنظر گرفتن ماهیت تغییرپذیری کوواریانس در طول زمان در بسیاری از بازارهای مالی، فرض کلاسیک عدم تغییر نسبت بهینه پوشش ریسک در طول زمان به نظر نامناسب می‌آید.

اما برای تخمین چنین نسبت پوشش ریسکی، مطالعات اولیه به سادگی از شب معادله رگرسیونی تغییرات قیمت نقدی بر روی تغییرات قیمت آتی به روش حداقل مربوطات معمولی اکتفا نمودند. برخی از مطالعات نیز مانند مطالعه کُنْز و سولتان (1993)، لیِین و لو (1994) و موسچینی و میرز (2002) برای بهبود از مدل‌های ARCH و GARCH استفاده کردند. حال آنکه اگرچه این مطالعات در تحلیل ویژگی‌های همبستگی و کوواریانس (بین قیمت‌های آتی و نقدی) متغیر در طول زمان موفق بوده‌اند، اما صرفاً برخی از مطالعات مذکور آنچه در این مقاله ایده اصلی در مسئله پوشش ریسک است را درنظر گرفته‌اند. از طرفی تعداد زیادی از مطالعات انجام‌شده

بر روی ایده‌ای مشابه ایده مورد نظر این مقاله تمرکز داشته و با استفاده از روش‌های مختلف، راهبردهای پوشش ریسک را به صورت چند دوره‌ای (در دوره‌های زمانی مختلف) مورد بررسی قرار داده‌اند. مطالعاتی نظری مطالعه هوارد و آنتونیو (1991)، لیین و لو (1993، 1994)، کپرت (1995) و لیین و ویلسن (2001) از این دسته‌اند. هدف اصلی مقاله حاضر معرفی و به کارگیری رویکرد تبدیل موجک، برای بررسی و تحلیل رابطه بین قیمت‌های آتی و نقدی از نظر کوواریانس (همبستگی) و همچنین برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های مختلف است. کاربردهای متعددی از رویکرد موجک اخیراً در ادبیات اقتصادی و مالی ورود کرده است و به لطف آن پنجه‌ای نو برای تحلیل و بررسی پدیده‌های اقتصادی و مالی به وجود آمده است. از جمله مطالعات انجام شده و کاربردهای مورد استفاده که می‌توان اشاره کرد، عبارتند از: بررسی داده‌های مربوط به ارز با استفاده از دیکشنری‌های موجکی توسط رمزی و ژانگ (1997)، تجزیه و تحلیل رفتار قیمتی کالا توسط دیویدسون و همکارانش (1998)، تجزیه رابطه اقتصادی میان درآمد و هزینه توسط رمزی و لامپارت (1998)، ناکارایی بازار سهام توسط پن و وانگ (1998)، خواص مقیاس در مورد فراریت نرخ ارز توسط گنکی و همکارانش (2001)، و ریسک سیستماتیک (بنای دارایی) در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای توسط گنکی و همکارانش (2003).

در این مقاله ما در پی به کارگیری یک روش متفاوت برای بررسی رابطه میان قیمت‌های آتی و نقدی در قیاس با مطالعات قبلی انجام شده در این حوزه هستیم. لذا با به کارگیری رویکرد موجک، ابتدا داده‌های سری زمانی مربوط به بازدهی بازارهای نقدی و آتی سکه طلا را به سری‌های زمانی در زمان - مقیاس‌های مختلف تجزیه کرده و سپس با استفاده از داده‌های تجزیه شده در هر زمان - مقیاس به بررسی رابطه بین دو بازار نقدی و آتی و برآورد نسبت پوشش ریسک می‌پردازیم. به کارگیری رویکرد موجک برای بررسی این موضوع حداقل دارای سه ویژگی برجسته است.

اولاً، اصلی‌ترین ویژگی و مزیت به کارگیری تبدیل موجک امکان تجزیه داده‌ها به زمان - مقیاس‌های مختلف (افق‌های زمانی مختلف) است. با درنظر گرفتن اینکه



بخش بزرگی از فعالان بازارهای نقدی و آتی در مقیاس‌های زمانی متفاوتی اقدام به تصمیم‌گیری می‌کنند، می‌توان آعمال و تصمیمات اتخاذی معامله‌گران بازار را دقیقه به دقیقه، ساعت به ساعت، روز به روز، ماه به ماه و حتی سال به سال مورد ملاحظه و بررسی قرار داد. در حقیقت، با توجه به افق‌های زمانی متفاوت تصمیم‌گیری میان معامله‌گران و فعالان بازار، رابطه میان بازارهای نقدی و آتی نیز باید براساس ساختار داده‌ها در زمان - مقیاس‌های مختلف مناسب با افق‌های زمانی متفاوت تصمیم‌گیری فعالان بررسی شود. اقتصاددانان و تحلیل‌گران مالی از مدت‌ها قبل دوره‌های زمانی مختلف در تصمیم‌گیری را به‌رسمیت شناخته‌اند؛ این درحالی است که مطالعات و تحلیل‌های مالی و اقتصادی حداکثر به دو دوره زمانی کوتاه‌مدت و بلند‌مدت محدود شده‌اند، که علت این امر نیز فقدان ابزارهای تحلیلی مناسب برای تجزیه داده‌ها به بیش از دو مقیاس زمانی است. با این حال، برخلاف مطالعات قبلی، این مطالعه با استفاده از تبدیل موجک به تجزیه و تحلیل رابطه میان قیمت‌های بازار نقدی و آتی سکه طلا در زمان - مقیاس‌های مختلف پرداخته و بر همین اساس نسبت بهینه پوشش ریسک را نیز در زمان - مقیاس‌های مختلف و متعدد برآورده می‌کند.

ثانیاً، کوواریانس برآورده شده توسط تبدیل موجک، کوواریانس تجزیه شده میان دو فرایند تصادفی در زمان - مقیاس‌های مختلف است، به‌طوری‌که کوواریانس موجک در هر زمان - مقیاس مشخص، نشان‌دهنده سهمی از کوواریانس میان دو متغیر تصادفی است. این ویژگی موجک اجازه می‌دهد تا ما به بررسی کوواریانس و همبستگی میان دو متغیر تصادفی در زمان - مقیاس‌های مختلف بپردازیم.

ثالثاً، آخرین ویژگی تجزیه و تحلیل موجک، فائق آمدن بر مشکلاتی است که در برآورد متعارف نسبت پوشش ریسک وجود دارد. توجه داشته باشید که برآورد متعارف نسبت پوشش ریسک با مسائلی از این دست مواجه است: این برآوردگر در افق‌های زمانی بلند‌مدت زمانی که از داده‌های ماهانه، فصلی و سالانه استفاده می‌شود به دلیل تعداد بسیار کم و انگشت‌شمار مشاهدات مستقل نامعتبر است (گِرت، ۱۹۹۵)، محاسبات برای استخراج نسبت پوشش ریسک در افق‌های زمانی بلند‌مدت سنگین و دشوار است و همچنین برای برآورد نسبت پوشش ریسک نیاز به اعمال

فرض خاصی در مورد تابع توزیع جزء اخلال در مدل وجود دارد که خود می‌تواند سبب به دست آوردن نتایج غیردقیق و نادرست شود (لین و ویلسون، ۲۰۰۱). به کارگیری رویکرد موجک از طریق تجزیه سری زمانی در زمان - مقیاس های مختلف و ارائه یک روش ناپارامتریک<sup>۱</sup> ما را قادر به غلبه بر این موانع می‌سازد.

همان‌طور که اشاره شد، آنچه در این مقاله مورد بررسی قرار خواهد گرفت این است که برای افراد با درجات ریسک‌گریزی متفاوت نسبت پوشش ریسک بهینه در زمان - مقیاس های مختلف چه میزان بوده و اینکه این نسبت با توجه به درجه ریسک‌گریزی افراد چه مطلوبیتی را برای آنها دربر خواهد داشت. برای انجام این کار با استفاده از روش تجزیه و تحلیل موجک ابتدا رابطه بین بازار آتی و نقدی در زمان - مقیاس های مختلف بررسی و سپس نسبت پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف تخمین زده می‌شود. فرضیه‌هایی که در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرند، به شرح زیر است:

۱. همیستگی بین بازارهای آتی و نقدی سکه بهار آزادی در زمان - مقیاس های بزرگ‌تر، افزایش می‌یابد.

۲. مطلوبیت حاصل از استراتژی های پوشش ریسک با تغییر زمان - مقیاس و همچنین با تغییر درجه ریسک‌گریزی افراد دچار تغییر می‌شود.

در ادامه، در بخش دوم مروری اجمالی بر مفهوم نسبت پوشش ریسک و نحوه برآورد آن می‌کنیم. سپس در بخش سوم رویکرد تجزیه و تحلیل موجک را تشریح می‌کنیم. در بخش چهارم داده‌ها و نتایج تجربی حاصل از این مقاله بیان می‌شود و درنهایت در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

## ۲. برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک

مفهوم اصلی پوشش ریسک، به کارگیری قراردادهای آتی و ترکیب آن با دارایی‌های نقدی در سبد دارایی‌ها<sup>۲</sup> برای کاهش و یا از بین بردن ریسک ناشی از نوسانات





قیمتی است. به طور کلی در مباحث اقتصاد مالی، مدیریت ریسک سبد دارایی به عنوان یک رکن اساسی همواره مورد توجه بوده است. یکی از راههای کترل ریسک ناشی از نوسانات نامطلوب قیمت دارایی‌ها، تشکیل سبدی از دارایی‌ها است که در آن از قراردادهای آتی برای پوشش ریسک استفاده می‌شود. برای این منظور باید قراردادهای آتی به لحاظ موقعیت خرید یا فروش عکس موقعیت‌های نقدی باشند. لذا اگر در سبد دارایی‌ها در بخش نقدی موقعیت خرید داشته باشیم با اخذ موقعیت فروش در قراردادهای آتی سبد را پوشش ریسک می‌دهیم.

برای این منظور در شرایط افراطی به اندازه تمام موقعیت‌های خرید نقدی یا تمام دارایی نقدی موجود در سبد، موقعیت فروش قرارداد آتی اتخاذ می‌شود. این در حالی است که واقعاً برای کاهش دادن ریسک به سطح مطلوب و بهینه حتماً نیازی به حالت افراطی فوق نبوده و می‌توان با تعداد کمتری از موقعیت‌های فروش آتی نیز به نتیجه دلخواه رسید. از این‌رو نسبت تعداد موقعیت‌های آتی به کارگرفته شده برای پوشش ریسک به تعداد موقعیت‌های نقدی موجود در سبد دارایی را نسبت پوشش ریسک<sup>۱</sup> نامند و موضوع اصلی در مباحث تئوریک، تعیین مقدار بهینه نسبت پوشش ریسک است؛ بنابراین همان‌طور که گفته شد، مفهوم بنیادین در پوشش ریسک، ساختن ترکیبی از موقعیت‌های سرمایه‌گذاری در بازار معاملات آتی و بازار نقدی است که منجر به ایجاد یک سبد دارایی (سبد پوشش ریسک) می‌شود و هدف اصلی، استخراج نسبت پوشش ریسکی است که منجر به کاهش نوسانات ارزش این سبد دارایی و درواقع ریسک سرمایه‌گذاری می‌شود.

به طور مشخص یک سبد دارایی را درنظر می‌گیریم که شامل  $C_t$  واحد موقعیت خرید در بازار نقدی و  $S_t$  واحد موقعیت فروش (معکوس) در بازار آتی است. از آنجاکه قراردادهای آتی در راستای کاهش ریسک ناشی از نوسانات قیمت موقعیت‌های خرید نقدی اتخاذ شده‌اند، با یک سبد دارایی پوشش ریسک مواجه هستیم. لذا اگر  $F_t$  قیمت آتی در زمان  $t$  و  $S_t$  قیمت نقدی در زمان  $t$  باشد، بازدهی این سبد دارایی را با  $R_h$  نمایش می‌دهیم و برابر است با:

---

1. Hedge Ratio

(۱)

$$R_h = \frac{C_s S_t R_s - C_f F_t R_f}{C_s S_t} = R_s - h R_f$$

که در آن  $R_s = \ln(S_t/S_{t-1})$  بازدهی یک دوره‌ای موقعیت معاملاتی نقدی و همچنین  $R_f = \ln(F_t/F_{t-1})$  بازدهی مربوط به موقعیت تعهدی آتی برای همان دوره زمانی است. علاوه‌بر این در رابطه فوق  $h = C_f F_t / C_s S_t$  است که همان نسبت پوشش ریسک می‌باشد.

یک رویکرد دیگر برای محاسبه نسبت پوشش ریسک، محاسبه آن براساس تغییرات قیمت (سود) موقعیت‌های نقدی و آتی به جای استفاده از بازده موقعیت‌های نقدی و آتی است. در این صورت، تغییرات ارزش سبد پوشش ریسک و نسبت پوشش ریسک به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

(۲)

$$\Delta V_H = C_s \Delta S_t - C_f \Delta F_t$$

که در اینجا نسبت پوشش ریسک  $H$  به صورت زیر است:

(۳)

$$H = \frac{C_f}{C_s}$$

همان‌طور که اشاره شد، هدف اصلی استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک ( $h$  یا  $H$ ) است، که برای محاسبه آن، نسبت پوشش ریسک با توجه به تابع هدف مورد استفاده بهینه‌یابی می‌شود. در راستای بهینه‌یابی نسبت پوشش ریسک، مدل‌های مختلفی به لحاظ نظری ارائه شده است که برخی از آنها صرفاً به دنبال کاهش ریسک سبد دارای بوده و از این‌رو به دنبال حداقل کردن واریانس بازدهی (تغییرات ارزش) سبد دارایی (به عنوان معیار ریسک) هستند. معیار ریسک در رویکرد حداقل کننده ریسک در ادبیات موضوع در ساده‌ترین حالت واریانس بوده و گاهی معیارهای دیگری نظیر شبه‌واریانس تعمیم‌یافته<sup>۱</sup> نیز به عنوان معیار ریسک به کار رفته‌اند. از طرفی تابع هدف می‌تواند در چارچوب بازده – ریسک<sup>۲</sup> انتخاب شود، بدین معنا که علاوه‌بر ریسک سبد، در هنگام بهینه‌یابی بازدهی سبد دارایی نیز لحاظ شود. مدل‌های متعددی در حوزه نظری با



1. Generalized Semi Variance

2. Mean-Variance

رویکرد بازده - ریسک استفاده شده‌اند که از این دست می‌توان به مدل حداقل‌کننده نسبت شارپ<sup>۱</sup> یا حداقل‌کننده مطلوبیت<sup>۲</sup> اشاره کرد.

ابتدا نسبت پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس<sup>۳</sup> (MV) که ساده‌ترین و از طرفی کاربردی‌ترین نسبت بهینه پوشش ریسک در ادبیات موضوع بوده است را ارائه می‌کنیم. نسبت پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس (MV)، از حداقل نمودن ریسک سبد دارایی به‌دست می‌آید، به‌طوری‌که معیار ریسک را واریانس بازدهی سبد دارایی لحاظ می‌کنیم و لذا خواهیم داشت (جانسون ۱۹۶۰):

(۴)

$$Var(R_h) = Var(R_s) + h^2 Var(R_f) - 2hCov(R_s, R_f)$$

که با حداقل نمودن مقدار واریانس بازدهی سبد دارایی به عنوان معیار ریسک سبد پوشش ریسک، به نسبت پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس (MV)،  $h^*$  دست خواهیم یافت:

(۵)

$$h^* = \frac{Cov(R_s, R_f)}{Var(R_f)} = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_f}$$

که در آن  $\rho$  ضریب همبستگی بین  $R_s$  و  $R_f$  بوده و همچنین  $\sigma_s$  انحراف معیار  $R_s$  و  $\sigma_f$  انحراف معیار  $R_f$  می‌باشد.

از سوی دیگر می‌توان نسبت پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس (MV) را از حداقل نمودن واریانس تغییرات در ارزش سبد دارایی به‌دست آورد، یعنی:

(۶)

$$Var(\Delta V_H) = C_s^2 Var(\Delta S) + C_f^2 Var(\Delta F) - 2C_s C_f Cov(\Delta S, \Delta F)$$

که با حداقل نمودن مقدار واریانس به عنوان معیار ریسک سبد پوشش ریسک، به نسبت پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس (MV)،  $H^*$  دست خواهیم یافت.

(۷)

$$H^* = \frac{C_f}{C_s} = \frac{Cov(\Delta S, \Delta F)}{Var(\Delta F)}$$

### 1. Sharpe Ratio

### 2. Utility Maximizing

### 3. Minimum Variance Hedge Ratio



اما آنچه در این مقاله به عنوان تابع هدف لحاظ می شود، تابع مطلوبیت زیر به عنوان تابع بازدهی - ریسک برای استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک است (حسین، کو ولی ۱۹۹۴).

(۸)

$$\max_{C_f} V(E(R_h), \sigma_h; A) = E(R_h) - 0/5A\sigma_h^2$$

که در آن  $A$  پارامتر ریسک گریزی فرد و  $R_h$  و  $\sigma_h^2$  به ترتیب بازده و واریانس بازده سبد پوشش ریسک می باشند. نسبت پوشش ریسک حاصل از بهینه یابی براساس تابع مطلوبیت مذکور به صورت زیر محاسبه می شود:

(۹)

$$h^* = - \left[ \frac{E(R_f)}{A\sigma_f^2} - \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_f} \right] = \frac{-E(R_f) + A\sigma_{sf}}{A\sigma_f^2}$$

روش های مختلفی در چارچوب بازده - ریسک وجود دارد، که به عنوان مثال به یکی از ساده ترین و متداول ترین آنها یعنی نسبت شارپ<sup>۱</sup> اشاره می شود. اما علت انتخاب تابع مطلوبیت فوق به عنوان تابع هدف در این مقاله آن است که با لحاظ نمودن ریسک و بازده سبد دارایی در کنار یکدیگر و همچنین داشتن پارامتر ریسک گریزی در این تابع می توان به یک مدل جامع و انعطاف پذیر برای برآورد نسبت پوشش ریسک رسید، که امکان تحلیل حساسیت نسبت به درجه ریسک گریزی سرمایه گذاران را نیز دارد.

نسبت شارپ یکی از نسبت های پوشش ریسکی است که بازده سبد دارایی را نیز در مقابل با ریسک در استراتژی پوشش ریسک در نظر می گیرد و درواقع متعلق به رویکرد بازده - ریسک است. استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از نسبت شارپ با حداقل سازی این نسبت حاصل می شود. (Howard & D'Antonio, 1984)

(۱۰)

$$\max_{C_f} \theta = \frac{E(R_h) - R_F}{\sigma_h}$$

که در آن  $R_F$  نرخ بهره بدون ریسک<sup>۲</sup> و  $\sigma_h$  انحراف معیار بازدهی سبد دارایی



1. Sharpe Hedge Ratio

2. Risk Free Interest Rate



می باشد. این نسبت هم عایدی و هم ریسک را به صورت مستقیم درنظر گرفته و با حداکثرسازی آن می توان به نسبت بهینه پوشش ریسک دست یافت. یعنی برای استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک کافی است که از  $\Theta$  نسبت به  $C_f$  مشتق گرftه و آن را برابر صفر قرار دهیم.

لذا پس از انتخاب تابع هدف و درواقع تعیین مدل اصلی برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک و بهینه یابی تابع مذکور، می توان با استفاده از رابطه های محاسباتی استخراج شده همانند روابط فوق برای دو مدل حداقل واریانس یا حداقل مطلوبیت، نسبت بهینه پوشش ریسک را مورد برآورد قرار داد.

در ادبیات موجود برای تعیین بهترین روش برآورد نسبت های پوشش ریسک از معیار درجه کارایی پوشش ریسک<sup>1</sup> استفاده شده است که بر مبنای میزان کاهش واریانس سبد دارایی در اثر پوشش ریسک اندازه گیری می شود. لذا درجه کارایی پوشش ریسک مبنی بر کاهش واریانس تغییرات قیمت سبد دارایی می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$(11) \quad EH = \frac{Var(R_s) - var(R_h)}{Var(R_s)} = 1 - \frac{Var(R_h)}{Var(R_s)} = \rho_{sf}^2$$

در این مقاله نیز درجه کارایی پوشش ریسک برای استراتژی های پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف، از همین رابطه محاسبه می شود. علاوه بر این برای بررسی بهتر و دقیق تر کارایی استراتژی های پوشش ریسک، یک شبیه سازی از طریق اندازه گیری میزان مطلوبیت اکتسابی از سبد پوشش ریسک صورت می گیرد که کارایی استراتژی های پوشش ریسک در افق های زمانی مختلف را با لحاظ تغییر در درجات ریسک گریزی سرمایه گذاران ارائه می نماید. در بخش بعدی، برای آشنایی و معرفی روش به کارفته در این مقاله، توضیحاتی در مورد رویکرد تجزیه و تحلیل موجک بیان می شود و سپس نتایج تجربی به دست آمده را ارائه می نماییم.

### ۳. رویکرد تجزیه و تحلیل موجک

همان گونه که قبلاً نیز اشاره شد، بازارهای نقدی و آتی متشكل از تعداد زیادی از

---

1. Degree of Hedging Effectiveness

معامله‌گران و فعالان هستند که دارای طیف گسترده‌ای از افق‌های سرمایه‌گذاری می‌باشند. لذا نیاز به امکان بررسی و تحلیل رابطه بین این دو بازار در زمان - مقیاس‌های مختلف امری ضروری و اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد. در این راستا رویکرد تجزیه و تحلیل موجک به عنوان یک ابزار کاملاً مناسب و بسیار کاربردی ما را در رسیدن به این هدف پاری می‌رساند.

موجک یک ابزار ریاضی قدرتمند و به طور نسبی جدید در حوزه پردازش سیگنال<sup>۱</sup> است که همانند رویکرد سنتی بسط فوریه یا تبدیل فوریه<sup>۲</sup> به تبدیل سیگنال به مجموعه‌ای از اجزای متعامد می‌پردازد. این اجزاء متعامد در تبدیل فوریه همان توابع سینوس و کسینوس، و در تبدیل موجک، موجک‌ها (تتابع پایه) می‌باشند. نظریه فوریه به طور ساده بیان می‌کند که یک سیگنال می‌تواند به شکل مجموعی محدود از توابع سینوس و کسینوس نمایش داده شود، اما بزرگ‌ترین عیب تبدیل فوریه آن است که تنها توانایی تفکیک پذیری به لحاظ فرکانسی را دارد و امکان تفکیک پذیری زمانی در آن وجود ندارد. لذا اگرچه در بعد فرکانس قادر است کلیه فرکانس‌های موجود در یک سیگنال را مشخص کند، اما نمی‌تواند تعیین کند که هر یک در چه زمانی قرار دارند.

برای از بین این بردن این نقیصه طی دهه‌های گذشته راه حل‌های مختلفی ارائه شده است که هریک تا حدی سعی کردند تا توانایی تجزیه در هر دو دامنه زمانی و فرکانسی را داشته باشند. ایده اصلی تجزیه در دو بعد زمان - فرکانس به‌طور هم‌زمان آن است که بتوان سیگنال دلخواهی را به بخش‌های متعددی تجزیه و سپس هر بخش را به‌طور جداگانه تحلیل نمود. بدیهی است که تجزیه و تحلیل سیگنال به این روش اطلاعات بیشتری در خصوص سیگنال و اینکه فرکانس‌های مختلف در چه زمانی و در کجا قرار دارند را در اختیار قرار می‌دهد. تفاوت اصلی میان دو رویکرد سنتی فوریه و رویکرد موجک در آن است که تبدیل موجک قادر به تجزیه و تحلیل ویژگی‌های رفتار موضعی<sup>۳</sup> تابع می‌باشد، درحالی‌که تبدیل فوریه

## 1. Signal Processing



- ## **2. Fourier Transform (Fourier Expansion)**

## **3. Local Behavior**

ویژگی‌های رفتار سراسری<sup>۱</sup> تابع را بررسی می‌کند.

اگرچه تبدیل فوریه و تبدیل موجک دو رویکرد متقابل نسبت به یکدیگر هستند، هر کدام برای کاربردهای خاصی در مطالعات مناسب می‌باشند. از آنجاکه موجک‌ها توانایی ویژه‌ای در تجزیه و تحلیل پدیده‌ها هم در زمان و هم در مقیاس‌های مختلف را دارند و برای مطالعه طیف وسیعی از داده‌ها و سری‌های زمانی مناسب هستند، در این مقاله نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. در قیاس با تبدیل فوریه، تجزیه موجک دارای مزیت‌های متعددی است. از جمله اولاً، رویکرد موجک توانایی کار با داده‌های نامانا را دارد؛ ثانیاً، امکان بررسی موضوعی و تمرکز در هر نقطه خاص از زمان را دارد؛ و درنهایت و از همه مهم‌تر برای رسیدن به هدف این مقاله، به ما اجازه تحلیل در نمایش‌های<sup>۲</sup> مختلف از سری زمانی را با استفاده از تجزیه در زمان – مقیاس‌های مختلف می‌دهد (گنکی، سلکاک و ویتچر).

(۲۰۰۲)

درواقع تجزیه و تحلیل موجک راه حلی است که بر مشکلات و نواقص تبدیل فوریه آن هم مشخصاً در خصوص برش دادن سیگنال در مقاطع زمانی مختلف فائق آمده و با استفاده از پنجره مدوله کاملاً مقیاس‌پذیر<sup>۳</sup> مشکل برش سیگنال را حل می‌کند. به طوری که پنجره مورد نظر در طول سیگنال جایه‌جا شده و برای هر موقعیت مشخصی، طیف فرکانس‌های مختلف موجود محاسبه می‌شود. سپس این فرایند بارها و بارها با پنجره‌ای کمی بزرگ‌تر (یا کوچک‌تر) برای هر سیکل جدیدی تکرار می‌شود. در پایان، نتیجه یک مجموعه از نمایش‌های زمان – فرکانس<sup>۴</sup> از سیگنال است، به طوری که هر کدام دارای درجه وضوح و تفکیک‌پذیری<sup>۵</sup> متفاوتی هستند. به دلیل وجود چنین مجموعه‌ای از نمایش‌ها، تجزیه و تحلیل موجک را یک تجزیه و تحلیل چندنمایشی<sup>۶</sup> می‌دانیم و به طور معمول در تبدیل موجک به جای



- 
1. Global Behavior
  2. Resolutions
  3. Fully Scalable Modulated Window
  4. Time-Frequency Representations
  5. Resolution
  6. MultiResolution

نمایش‌های زمان - فرکانس از نمایش‌های زمان - مقیاس یاد می‌کنیم، زیرا لفظ فرکانس در تبدیل فوریه مصطلح است.

توضیحات فوق را با ذکر یک مثال ساده ملموس‌تر و واضح‌تر می‌کنیم. فرض کنید در مقابل خود یک جنگل انبوه از درختان گوناگون برای بررسی و تحلیل داریم، که درواقع حکم همان سیگنال (سری زمانی) مورد بررسی را دارد. پنجره یادشده در توضیحات فوق مانند یک دوربین قابل تنظیم است که با حرکت بر بخش‌های مختلف از جنگل قادر است نمایش‌های مختلفی از جنگل را با وضوح و تفکیک‌پذیری مختلف ارائه دهد. لذا منظور از مقیاس‌های بزرگ در تحلیل، تصاویر بزرگ با دید کلان مانند نگاه کردن به کل جنگل و منظور از مقیاس‌های کوچک، تصاویر کوچک همراه با جزئیات مانند نگاه کردن به بخش خاصی از جنگل یا حتی یک درخت مشخص است. به عبارت دیگر در حالت نخست تحلیل داده‌های با فرکانس پایین (در تصویر بزرگ) و در حالت دوم تحلیل داده‌های با فرکانس بالا (در تصویر کوچک) صورت می‌پذیرد. بنابراین می‌توان گفت حرکت از مقیاس بزرگ به مقیاس کوچک همانند تمرکز کردن<sup>۱</sup> با دوربین است.

همان گونه که اشاره شد، تبدیل موجک با استفاده از توابع پایه یا همان موجک‌ها به دنبال تحلیل تابع در مقیاس‌های معین است. موجک‌ها به دو موجک پدر و مادر تقسیم می‌شوند، موجک پدر با  $(t)\phi$  و موجک مادر با  $(t)\psi$  نمایش داده می‌شوند. این موجک‌ها صرفاً تابعی از زمان هستند، به‌طوری‌که موجک پدر نشان‌دهنده روند اصلی هموار<sup>۲</sup> در تابع یا سری زمانی موردنبررسی بوده و موجک مادر برای نمایش هر نوع انحراف از روندها مورد استفاده قرار می‌گیرد. تبدیل موجک با استفاده از موجک مادر به عنوان تابع پایه به بررسی و تحلیل ویژگی‌های موضعی در بعد زمان و همچنین بعد فرکانس می‌پردازد. نتایج حاصل از به‌کارگیری رویکرد موجک حاکی از آن است که این رویکرد در به‌کارگیری داده‌های زمانی و مشاهدات با فرکانس پایین و بالا دارای تفکیک‌پذیری مناسبی است و رویکرد موجک به‌خوبی خود را برای تحلیل ویژگی‌های داده‌ها در یک طیف وسیع از



1. Zooming

2. Smooth Baseline Trend

فرکانس‌ها و فقیه می‌دهد. تجزیه و تحلیل موجک را می‌توان در دو حالت کلی پیوسته و گسته انجام داد. ابتدا به تشریح تبدیل موجک پیوسته<sup>۱</sup> (CWT) می‌پردازیم و سپس در مورد تبدیل موجک گسته<sup>۲</sup> (DWT) توضیحاتی را ارائه می‌دهیم. تبدیل موجک پیوسته (CWT) تابعی است دومتغیره  $W(u,s)$  و از تصویر و نگاشت ساده تابع دلخواه  $x(t)$  بر روی یک تابع موجک خاص  $\psi$  از طریق رابطه زیر به دست می‌آید:

(۱۲)

$$W(u,s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{u,s}(t) dt$$

به طوری که در آن  $(t)\psi_{u,s}$  به قرار زیر است:

(۱۳)

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$$

درواقع این رابطه نشان می‌دهد که چگونه یک تابع دلخواه مانند  $x(t)$  با استفاده از تبدیل موجک به مجموعه‌ای از توابع پایه (موجک‌ها) تجزیه می‌شود. پارامترهای  $u$  و  $s$ ، به ترتیب پارامترهای جابه‌جایی (انتقال) و اتساع (مقیاس)<sup>۳</sup> هستند، به طوری که از طریق پارامتر « $s$ » موجک در طول سیگنال مورد بررسی جابه‌جا و از طریق پارامتر  $u$  نسبت به نسخه اولیه تابع موجک اتساع می‌یابد. بنابراین اگرچه تابع اولیه موجک صرفاً تابعی از زمان است، ولی ضرایب موجک حاصل شده تابعی از این دو پارامتر مکان و مقیاس خواهد بود. از آنجاکه رابطه فوق یک نوع نگاشت است، انتظار بر آن است که ضرایب موجک بزرگ زمانی حاصل شود که تابع دلخواه و موجک خاص به کارگرفته شده از نظر شکل ظاهری به یکدیگر شبیه باشند. درنهایت با استفاده از نسخه‌های اتساع‌یافته و جابه‌جایی موجک مادر در طول سیگنال مورد بررسی یا داده‌های سری زمانی مورد نظر، ساختار پیچیده موجود در تابع دلخواه اولیه را به اجزاء ساده‌تری می‌شکنیم که اصطلاحاً به این عمل تجزیه یا تجزیه و تحلیل<sup>۴</sup> تابع می‌گویند. لذا تجزیه و تحلیل موجک خرد کردن و تجزیه کردن یک سری زمانی به اجزاء ساده‌تری است که هر کدام از این اجزاء دارای ویژگی‌های

- 
1. Continuous Wavelet Transform
  2. Discrete Wavelet Transform
  3. Translation and Dilation
  4. Analysing or Decomposing



مکان و مقیاس مخصوص به خود است و از آنچاکه جایه‌جایی در طول سری زمانی درواقع همان انتقال زمانی است، تبدیل موجک، سری زمانی اولیه را به سری‌های زمانی در زمان - مقیاس‌های مختلف تجزیه می‌کند.

همان طور که قبلًاً نیز اشاره شد، تبدیل موجک پیوسته (CWT)، یک تابع از زمان است که با استفاده از دو پارامتر مقیاس و مکان می‌تواند حاوی میزان بالایی از اطلاعات در هنگام تجزیه و تحلیل داده‌ها باشد. به ویژه اطلاعات کافی برای تشخیص و یافتن جهش‌ها و از هم گسترش‌گاهی موجود در نمونه را به آسانی در اختیار می‌گذارد. لذا همان طور که گفته شد، موجک امکان تمرکز بر روی جهش‌ها، بر جستگی‌ها و نقاط تکین<sup>۱</sup> را فراهم می‌کند و در فراوانی‌های پایین (فرکانس‌های کم)، تمرکز بر همواری‌های سری و تناب آن امکان‌پذیر می‌شود (عباسی‌نژاد و محمدی، ۱۳۸۴).

اطلاعات کافی برای شناسایی چنین ویژگی‌هایی از سری زمانی در صورت وجود حتی با قسمتی از تبدیل موجک پیوسته (CWT) نیز در اختیار خواهد بود، بنابراین می‌توان عمل تجزیه را از یک تبدیل پیوسته با پارامترهای مکان و زمان به یک تبدیل با تعداد محدودتری از مقیاس‌های زمانی همراه با تعداد متفاوت از ضرایب موجک در هر مقیاس تعديل کرد. درواقع این همان تبدیل گسسته موجک (DWT) است. اگرچه تبدیل موجک گسسته را می‌توان بدون ارجاع به تبدیل موجک پیوسته نیز استخراج کرد، ولی می‌توان آن را شکل گسسته‌ای از تبدیل موجک در حالت پیوسته از طریق نمونه‌برداری خاص ضرایب موجک دانست. این نمونه‌برداری خاص<sup>۲</sup> از تبدیل موجک پیوسته از طریق پارامترهای  $\sigma$  و  $\psi$  که به ترتیب پارامترهای جابه‌جایی (انتقال) و اتساع (مقیاس) هستند، به صورت زیر شکل می‌گیرد:

$$s = 2^j \quad , \quad u = k2^j$$

که در آن  $k$  و زاعداد صحیحی هستند که مجموعه‌ای از جابه‌جایی‌ها (انتقال‌ها) و اتساع‌های (مقیاس‌های) گستته را نمایش می‌دهند. به عبارت دیگر این نمونه‌برداری



- ## Jumps, Cusps and Singularity Points Critical Sampling



خاص درجه وضوح و تفکیک‌پذیری حاصل از تبدیل موجک گستته در دو بعد زمان و فرکانس (مقیاس) را تعیین می‌کند. علت اطلاق اصطلاح نمونه‌برداری خاص به روش فوق آن است که به حداقل تعداد ضرایب نمونه‌برداری شده از تبدیل موجک پیوسته اشاره کنیم که برای تضمین اخذ تمامی اطلاعات موجود در سری زمانی (تابع اصلی) در قالب ضرایب موجک نیاز است (گینکی، سلکاک و ویتچر ۲۰۰۲). با تمرکز بر فرایند پیوسته، درمی‌یابیم که تبدیل موجک پیوسته بر روی تمامی نقاط موجود در طول سیگنال در دو بعد زمان و فرکانس حرکت کرده و اطلاعات را استخراج می‌کند، در حالی که، همان‌گونه که در رابطه زیر نیز می‌بینیم، تبدیل موجک گستته تنها بر روی نقاط محدودی از سیگنال اعمال شده و اطلاعات را استخراج می‌کند:

(۱۵)

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k)$$

به همین ترتیب برای موجک پدر نیز رابطه به‌شکل زیر خواهد بود:

(۱۶)

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k)$$

اگر نحوه نمونه‌برداری به‌گونه‌ای باشد که همچنان برای مقیاس‌ها، دنباله‌ای از مقیاس‌های دوتایی اما برای انتقال‌ها، از انتقال‌های صحیح به جای انتقال‌های دوتایی استفاده شود، به‌طوری‌که داشته باشیم:

$$s = 2^j , \quad u = k$$

آن‌گاه درواقع از یک تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی<sup>۱</sup> (MODWT) استفاده کردایم.

در این مقاله برای فائق آمدن به برخی از مشکلاتی که در روش تبدیل موجک گستته وجود دارد از تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی استفاده شده است. درواقع تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی دارای مزیت‌های متعددی نسبت به تبدیل موجک گستته است. این روش اجازه می‌دهد تا داده‌های تجزیه شده در سطوح مختلف (در مقیاس‌های مختلف) اعم از روند و جزئیات سری زمانی با یکدیگر و با خود سری

زمانی اصلی به شکلی هم تراز استخراج شوند. در تبدیل موجک گسته حداقل همپوشانی حجم نمونه دارای هیچ نوع محدودیتی نبوده و می‌تواند هر اندازه دلخواهی را داشته باشد، در حالی که در تبدیل موجک گسته ساده حجم نمونه حتماً بایستی ضربی از  $2^J$  باشد. بنابراین نمایش موجکی یک سیگنال (تابع) گسته به صورت زیر خواهد بود:

(۱۷)

$$f(t) = S_{J,k} + D_{J,k} + D_{J-1,k} + \dots + D_{1,k}$$

$$f(t) = \sum_k s_{J,k} \phi_{J,k}(t) + \sum_k d_{J,k} \psi_{J,k}(t) + \sum_k d_{J-1,k} \psi_{J-1,k}(t) + \dots + \sum_k d_{1,k} \psi_{1,k}(t)$$

که در آن  $J$  نشان‌دهنده تعداد مقیاس‌ها (سطوح<sup>۱</sup> تجزیه) است و  $k$  در محدوده یک تا تعداد ضرایب موجک در هر مقیاس مشخص (سطح مشخص) تعیین می‌شود. ضرایب  $s_{J,k}, d_{J,k}, \dots, d_{1,k}$  همان ضرایب تبدیل موجک هستند، که این ضرایب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

(۱۸)

$$S_{J,k} = \int \phi_{J,k} f(t) dt$$

(۱۹)

$$d_{j,k} = \int \psi_{j,k} f(t) dt \quad (j = 1, 2, \dots, J)$$

مشخصاً ضرایب جزئی موجک یعنی  $d_{J,k}, \dots, d_{1,k}$  همان ضرایب تبدیل موجک هستند که قادرند نوسانات با فرکانس بالا و انحرافات از روند هموار سری زمانی در هر مقیاس را استخراج کنند. از سوی دیگر  $s_{J,k}$  ارائه‌کننده آن دسته از ضرایب تبدیل موجکی است که روند سری زمانی را استخراج می‌کنند. بنابراین با هدف تجزیه سری‌های زمانی مربوط به بازدهی بازارهای نقدی و آتی سکه طلا و تحلیل دو بازار در افق‌های زمانی مختلف، به منظور استخراج نسبت پوشش ریسک براساس ویژگی‌های موجود در سری‌های زمانی تجزیه شده در هر سطح تحلیل از رویکرد تبدیل موجک استفاده می‌شود.

#### ۴. داده‌ها و نتایج تجربی به دست آمده

در این مقاله از داده‌های روزانه قیمت‌های نقدی و آتی سکه طلا تمام بهار آزادی طرح امام(ره) ضرب سال ۸۶ استفاده شده است، به‌طوری‌که قیمت‌های نقدی،





قیمت‌های اخذشده از اتحادیه طلا و جواهر و قیمت‌های آتی مربوط به قیمت تسویه نزدیک‌ترین سررسید قراردادهای آتی سکه طلا مورد معامله در شرکت بورس کالای ایران است. داده‌های موردنظری از ۵ آذرماه ۱۳۸۷ یعنی از اولین روز شروع معاملات آتی تا ۲۲ اردیبهشت ماه ۱۳۹۲ به تعداد ۱۱۴۶ قابل مشاهده می‌باشد. برای محاسبه بازده هریک از سری‌های زمانی فوق از رابطه  $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$  استفاده کردیم. برای تولید سری زمانی پیوسته از قیمت قراردادهای آتی نیاز به غلتاندن<sup>۱</sup> موقعیت آتی از یک سررسید به سررسید بعدی در قراردادهای آتی است، لذا با رسیدن به سررسید هر قرارداد آتی برای ادامه از قیمت نزدیک‌ترین سررسید بعدی قراردادهای آتی استفاده خواهیم کرد.

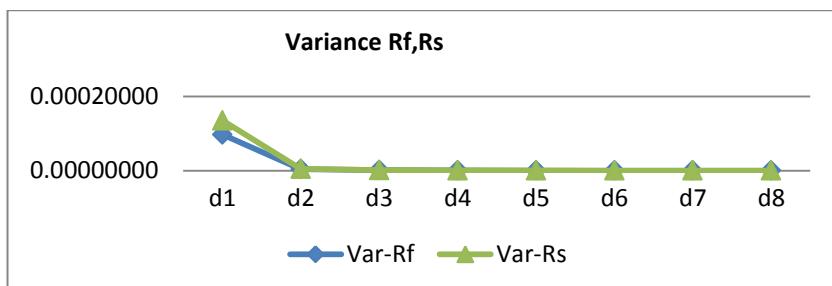
در این مقاله از تبدیل موجک گستته حداقل همپوشانی استفاده شده است، و از میان توابع پایه موجکی مختلفی که می‌توان در این روش استفاده کرد، موجک سیملت با طول ۳ (Symmlet3) انتخاب شد و سری‌های زمانی مربوط به بازده‌های قیمت نقدی و آتی سکه طلا تا ۸ سطح<sup>۲</sup> تجزیه شد. انتخاب موجک مذکور و تعداد سطوح تحلیل به شکل فوق بستگی به ساختار داده‌ها و نتایج حاصل از تجزیه توسط موجک دارد. لذا با توجه به نتایج بهتر اخذشده در برآورد نسبت پوشش ریسک، درجه کارایی اندازه‌گیری شده استراتژی‌های پوشش ریسک پس از برآورد و همچنین به دلیل اینکه موجک سیملت همان موجک دابیشر اصلاح شده، اما تا حدودی متقارن‌تر است، تجزیه و تحلیل موجک گستته حداقل همپوشانی با ۱۱۴۶ داده با موجک سیملت ۳ و تا ۸ زمان – مقیاس مختلف صورت پذیرفت.

همان‌طورکه در جداول، نمودارها و نتایج ارائه شده در این بخش خواهیم دید، ضرایب جزئی موجک برآورده شده در هریک از سطوح تحلیل را با  $d_8, d_7, \dots, d_1$  نمایش می‌دهیم، به‌طوری که  $d_1$  معادل افق زمانی یک تا دو روز،  $d_2$  معادل افق زمانی دو تا چهار روز است و به همین ترتیب در سطوح بالاتر، مقیاس تحلیل به‌شکل ضریبی از دو افزایش می‌یابد تا در سطح هشتم یعنی  $d_8$ ، افق زمانی ۱۲۸ تا

- 
1. Roll Over
  2. Level

به عبارت دیگر برای دستیابی به هدف اصلی مقاله، نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های مختلف براساس سری‌های زمانی تجزیه شده توسط تبدیل موجک و براساس ویژگی‌های این سری‌ها در هر زمان - مقیاس مشخص برآورده شود، به طوری که هر افق زمانی دارای نسبت پوشش ریسک مختص به خود است. در راستای این امر و برای برآورده شدن نسبت بهینه پوشش ریسک، ابتدا لازم است واریانس هریک از سری‌های زمانی مربوط به بازدهی بازارهای نقدی و آتی و همچنین کوواریانس بین بازدهی دو بازار نقدی و آتی در زمان - مقیاس‌های مختلف محاسبه شود. علاوه بر این همبستگی میان بازدهی دو بازار نقدی و آتی سکه طلا نیز براساس داده‌های تجزیه شده در زمان - مقیاس‌های مختلف بررسی می‌شود. ویژگی اصلی رویکرد موجک توانایی آن در تجزیه و آنالیز واریانس مربوط به فرایندهای تصادفی در زمان - مقیاس‌های مختلف و به عبارت دیگر ارائه تحلیل چندنامایشی است. نمودار (۱) واریانس موجک برآورده شده توسط تبدیل موجک گسسته حداکثر همپوشانی را در مقابل سطوح مختلف تحلیل نمایش می‌دهد و همچنین مقادیر واریانس موجک برآورده شده در زمان - مقیاس‌های مختلف در جدول شماره (۱) گزارش شده است.

نمودار شماره (۱). واریانس موجک برآورده شده بازدهی بازارهای نقدی و آتی سکه طلا



همان‌گونه که در نمودار فوق می‌بینیم، واریانس موجک هر دو بازار نقدی و آتی با

افزایش سطح تحلیل، یعنی بزرگ شدن مقیاس، کاهش می‌یابند. شایان توجه است که واریانس موجک در هر دو بازار در سطح یک یعنی کوچک‌ترین مقیاس تحلیل در اوج مقدار خود است. مشخصاً واریانس موجک در هر زمان - مقیاس خاص نشان‌دهنده میزان مشارکت و سهم آن واریانس از واریانس نمونه است.

از آنجاکه واریانس نمونه بازدهی‌های دو بازار نقدی و آتی سکه طلا به ترتیب 0/00033753 و 0/00028166 می‌باشد، لذا براساس مقادیر جدول شماره (۱) به ترتیب ۴۰/۱۲٪ درصد و ۳۴/۵۵٪ درصد از کل واریانس تحقق یافته بازارهای نقدی و آتی در کوچک‌ترین مقیاس تحلیل حادث شده‌اند.

جدول شماره (۱). واریانس موجک پرآورده‌شده بازدهی بازارهای نقدی و آتی سکه طلا

واریانس موجک آتی	واریانس موجک نقدی	سطح تحلیل
۰/۰۰۰۹۷۳۰	۰/۰۰۰۱۳۵۴۲	d1
۰/۰۰۰۴۲۱	۰/۰۰۰۰۵۱۷	d2
۰/۰۰۰۱۲۸	۰/۰۰۰۰۱۶۶	d3
۰/۰۰۰۰۶۶	۰/۰۰۰۰۰۸۰	d4
۰/۰۰۰۰۳۷	۰/۰۰۰۰۰۴۶	d5
۰/۰۰۰۰۲۳	۰/۰۰۰۰۰۳۹	d6
۰/۰۰۰۰۱۵	۰/۰۰۰۰۰۱۹	d7
۰/۰۰۰۰۱۱	۰/۰۰۰۰۰۱۴	d8

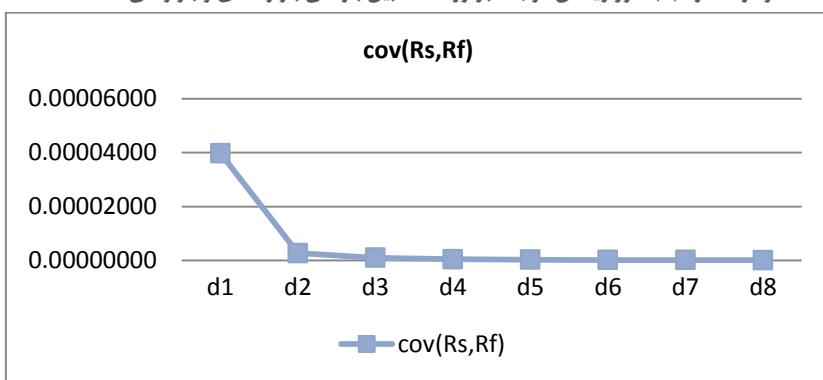
از طرفی همان‌طور که واریانس تجزیه‌شده موجک نشان می‌دهد، بازدهی بازار نقدی صرف‌نظر از سطح تحلیل و در زمان - مقیاس‌های مختلف نوسان‌پذیری بیشتری نسبت به بازار آتی داشته است. به نظر می‌رسد علت این امر را می‌توان در مواردی چون وجود حد نوسان قیمتی روزانه در بازار آتی، سطح آگاهی و دانش بالاتر فعالان بازار آتی چه از نظر تحلیل مناسب‌تر مسائل اقتصادی مربوطه و چه از نظر ارزیابی بهتر از شرایط و اطلاعات بازار، وجود بازاری منسجم و یکپارچه که سبب افزایش میزان نقدشوندگی<sup>۱</sup> در بازار می‌شود، شفافیت بیشتر از نظر کشف قیمت و مواردی از این دست دانست.

بنابراین نتایج حاکی از آن است که در زمان - مقیاس‌های کوچک واریانس بازدهی هر دو بازار نسبت به افق‌های بلندمدت بیشتر است و همچنین واریانس موجک بازدهی بازار نقدی از بازار آتی بیشتر می‌باشد.

## 1. Liquidity

در کنار بررسی واریانس سری‌های زمانی بازدهی دو بازار نقدی و آتی، سؤالی که به طور طبیعی ذهن را درگیر می‌کند، نحوه ارتباط بین دو بازار با یکدیگر است. همانند واریانس موجک، کوواریانس موجک نیز در هر زمان - مقیاس مشخص نشان‌دهنده سهمی از کوواریانس میان دو سری زمانی اصلی است. در نمودار شماره (۲) کوواریانس بین بازدهی بازار نقدی و بازار آتی سکه طلا در زمان - مقیاس‌های مختلف را مشاهده می‌کنیم که حاصل تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی است.

نمودار شماره (۲). کوواریانس موجک برآورد شده بین بازدهی بازار نقدی و بازار آتی سکه طلا



به طور کلی، با افزایش زمان - مقیاس تحلیل، کوواریانس موجک بین بازدهی بازار نقدی و بازار آتی کاهش می‌یابد. مقادیر کوواریانس موجک برآورده شده در زمان - مقیاس‌های مختلف در جدول شماره (۲) آورده شده است. از آنجاکه کوواریانس بین بازدهی بازارهای نقدی و آتی براساس داده‌های نمونه برابر با ۰/۰۰۰۲۸۴۳۳ است، با توجه به ارقام جدول شماره (۲) به ترتیب ۱۳/۹۹ درصد، ۰/۹۵ درصد و ۰/۳۳ درصد از کوواریانس نمونه سهم زمان - مقیاس‌های کوچک یعنی کوواریانس موجک مربوط به سطح  $d_1$  تا سطح  $d_3$  می‌باشد. در این میان بیشترین سهم را سطح اول تحلیل به خود اختصاص داده است.



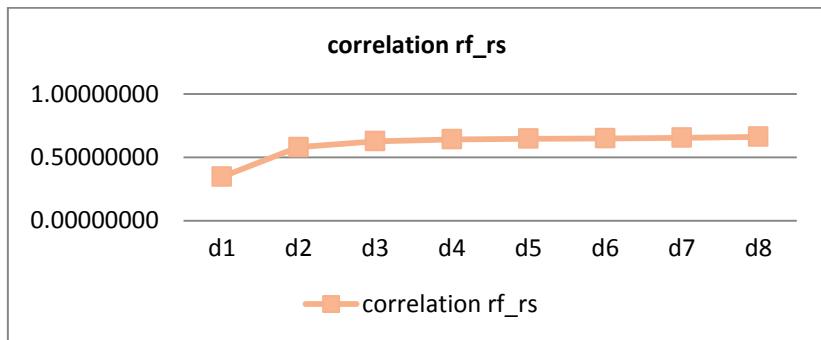
جدول شماره (۲). کوواریانس موجک و ضریب همبستگی موجک برآورده شده بین بازدهی بازار نقدی و بازار

آتی سکه طلا

ضریب همبستگی موجک	کوواریانس موجک	سطح تحلیل
.۰/۳۴۶۵۰۰۵۲	.۰/۰۰۰۰۳۹۷۸	d1
.۰/۵۷۹۶۵۲۲۰	.۰/۰۰۰۰۰۲۷۰	d2
.۰/۶۲۶۴۵۸۴۸	.۰/۰۰۰۰۰۰۹۵	d3
.۰/۶۴۲۵۰۰۲	.۰/۰۰۰۰۰۰۴۷	d4
.۰/۶۴۷۰۰۴۷۶۵	.۰/۰۰۰۰۰۰۲۷	d5
.۰/۶۵۰۰۴۲۶۱	.۰/۰۰۰۰۰۰۱۷	d6
.۰/۶۵۵۲۸۰۴۵	.۰/۰۰۰۰۰۰۱۱	d7
.۰/۶۶۲۴۹۱۷۴	.۰/۰۰۰۰۰۰۰۸	d8

علی‌رغم کاهنده بودن کوواریانس بین بازدهی بازارهای نقدی و آتی، بدون درنظر گرفتن میزان تغییرپذیری مربوط به هرکدام از بازارها، نمی‌توان به تنها یی با تکیه بر کوواریانس بین آنها معیاری مناسب برای سنجش میزان ارتباط بین دو بازار تعیین کرد. لذا به‌منظور داشتن معیاری مناسب، ضریب همبستگی بین دو بازار نقدی و آتی را محاسبه می‌کنیم. به عبارت دیگر با تقسیم نمودن کوواریانس موجک محاسبه شده بر انحراف معیار موجک داده‌های مربوط به هرکدام از بازارها، می‌توانیم میزان همبستگی و ارتباط بین این دو بازار را در طول زمان – مقیاس‌های مختلف با یکدیگر مقایسه کرده و بسنجیم. در جدول شماره (۲) مقادیر مربوط به ضریب همبستگی موجک بین بازدهی بازارهای نقدی و آتی آورده شده است و در نمودار شماره (۳) می‌توان ضریب همبستگی برآورده شده توسط تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی بین بازدهی بازارهای نقدی و آتی سکه طلا در زمان – مقیاس‌های مختلف را مشاهده کرد.

نمودار شماره (۳). ضریب همبستگی موجک برآورده شده بین بازدهی بازار نقدی و بازار آتی سکه طلا



نمودار شماره (۳) نشان دهنده یک رابطه مثبت بین بازدهی بازارهای نقدی و آتی است که با افزایش زمان - مقیاس قوی تر می شود. این موضوع مؤید آن است که بازارهای نقدی و آتی در اساس<sup>۱</sup> با یکدیگر تفاوتی ندارند و در افق های زمانی بلندمدت رفتارهای مشابهی از خود نشان می دهند، که با توجه به مدل هزینه حمل<sup>۲</sup> و امکان وجود آربیتریاز بین دو بازار در بلندمدت نیز این موضوع تائید می شود. حال به هدف اصلی، یعنی برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف بازمی گردیم و با استفاده از واریانس موجک و کوواریانس موجک برآورده شده از سری های تجزیه شده از تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی، نسبت بهینه پوشش ریسک و درجه کارایی پوشش ریسک را به دست می آوریم. مقادیر مربوط به برآورده شده از نسبت بهینه پوشش ریسک و درجه کارایی پوشش ریسک برای استراتژی های پوشش ریسک در افق های زمانی مختلف را می توان در جدول شماره (۳) ملاحظه کرد.

جدول شماره (۳) نسبت بهینه پوشش ریسک برآورده شده و درجه کارایی پوشش ریسک در زمان -

**مقیاس های مختلف**

نسبت بهینه پوشش ریسک	درجه کارایی پوشش ریسک	سطح تحلیل
.۴۰۸	.۱۲۰۱	d1
.۶۴۱۷	.۳۳۶۰	d2
.۶۸۹	.۳۹۲۵	d3
.۷۱۰۳	.۴۱۲۸	d4
.۷۲۰۰	.۴۱۸۷	d5
.۷۲۶۲	.۴۲۲۸	d6
.۷۳۲	.۴۲۹۴	d7
.۷۳۹۱	.۴۳۸۹	d8

همان طوری که قبل<sup>۳</sup> نیز اشاره شد با توجه به افق های زمانی مختلف سرمایه گذاران و پوشش دهنده کان ریسک، مناسب است که نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف برآورده شده و درجه کارایی استراتژی پوشش ریسک مرتبط با هر مقیاس محاسبه شود تا بتوان برای سرمایه گذاران و پوشش دهنده کان ریسک برای تصمیم گیری در افق های زمانی گوناگون بهترین استراتژی پوشش ریسک را پیشنهاد کرد. نمودار شماره (۴) نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل واریانس و درجه کارایی

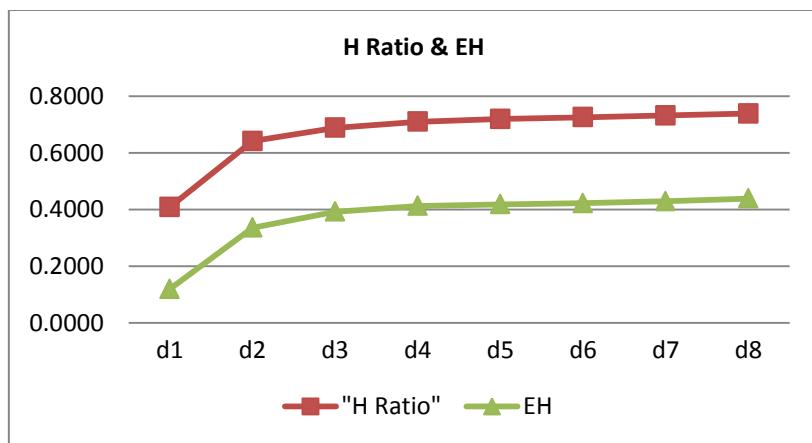


1. Fundamentally

2. Cost of Carry (COC)

پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های مختلف از سطح ۱ (معادل افق زمانی یک تا دو روز) تا سطح ۸ (معادل افق زمانی ۱۲۸ تا ۲۵۶ روز) را نمایش می‌دهد. همان‌طور که در نمودار شماره (۴) مشاهده می‌شود، نسبت پوشش ریسک برآورده شده به‌طور یکنواخت با نرخی کاهنده افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که در افق‌های زمانی بلندمدت به سمت مقدار ۰/۷۴ میل می‌کند. همچنین درجه کارایی پوشش ریسک نیز با افزایش زمان - مقیاس و در افق‌های زمانی بلندمدت‌تر افزایش می‌یابد و به سمت مقدار ۰/۴۴ میل می‌کند.

نمودار شماره (۴). نسبت بهینه پوشش ریسک و درجه کارایی پوشش ریسک در افق‌های زمانی مختلف



طبق نتایج بدست‌آمده و براساس رویکرد تبدیل موجک، در بازارهای نقدی و آتی سکه طلا در ایران، همبستگی بین بازدهی دو بازار در کوتاه‌مدت و میان‌مدت چندان زیاد نیست، لذا نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های کوچک و همچنین درجه کارایی استراتژی پوشش ریسک مرتبط با آن افق زمانی کم است. با افزایش میزان همبستگی و ارتباط بین دو بازار در افق‌های زمانی بلندمدت، نسبت بهینه پوشش ریسک به لحاظ مقداری بزرگ‌تر شده و همچنین درجه کارایی استراتژی پوشش ریسک نیز به‌طرز قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. علت این امر آن است که در افق‌های زمانی بلندمدت، مؤلفه‌های دائمی تأثیرگذار مشترک بین دو بازار سبب هم‌حرکتی و تشدید همبستگی بین دو بازار نقدی و آتی سکه طلا شده و اثرات مؤلفه‌های گذرا در افق‌های زمانی بلندمدت قابل اغماض است. بنابراین، وجود مؤلفه‌های تأثیرگذار

کوتاه‌مدت و بلندمدت در بازارهای نقدی و آتی سبب می‌شود تا نسبت بهینه پوشش ریسک و همچنین درجه کارایی استراتژی‌های پوشش ریسک وابسته به افق زمانی باشد. هر اندازه سطح تحلیل بالاتر باشد و به عبارت دیگر در زمان - مقیاس‌های بزرگ‌تر، ساختار داده‌های تجزیه شده به روند بلندمدت نزدیک‌تر هستند.

لذا برای درک بهتر میزان کارایی استراتژی‌های پوشش ریسک در زمان - مقیاس‌های مختلف و همچنین درنظر گرفتن درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران از تابع مطلوبیت معرفی شده (رابطه ۸) به عنوان تابع بازدهی - ریسک برای استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک استفاده می‌کنیم. درواقع از طریق مقایسه مطلوبیت سرمایه‌گذاران با درجات ریسک‌گریزی متفاوت در زمان - مقیاس‌های مختلف یک شبیه‌سازی برای تعیین کارایی استراتژی‌های پوشش ریسک انجام می‌دهیم، که نتایج به دست آمده به قرار جدول شماره (۴) است.

جدول شماره (۴). مقایسه مطلوبیت سرمایه‌گذاران با درجات ریسک‌گریزی متفاوت

درجه کارایی پوشش ریسک	درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران (A)	درجه ریسک	مقیاس	۰/۰۱	۴	۵۰	۱۰۰
۰/۱۲۰۱	-۰/۰۹۱۱	-۰/۰۴۹۵۳	d1	۰/۱۰۰۶	۰/۰۵۲۹	-۰/۰۴۹۵۳	-۰/۰۹۱۱
۰/۳۳۶۰	۰/۰۲۸۲	۰/۰۴۵۳	d2	۰/۰۶۲۵	۰/۰۶۱۱	۰/۰۴۵۳	۰/۰۲۸۲
۰/۳۹۲۵	۰/۰۴۴۷	۰/۰۴۹۷	d3	۰/۰۵۴۸	۰/۰۵۴۴	۰/۰۴۹۷	۰/۰۴۴۷
۰/۴۱۲۸	۰/۰۴۶۶	۰/۰۴۸۹	d4	۰/۰۵۱۳	۰/۰۵۱۱	۰/۰۴۸۹	۰/۰۴۶۶
۰/۴۱۸۷	۰/۰۴۷۰	۰/۰۴۸۴	d5	۰/۰۴۹۷	۰/۰۴۹۶	۰/۰۴۸۴	۰/۰۴۷۰
۰/۴۲۲۸	۰/۰۴۷۰	۰/۰۴۷۸	d6	۰/۰۴۸۷	۰/۰۴۸۶	۰/۰۴۷۸	۰/۰۴۷۰
۰/۴۲۹۴	۰/۰۴۶۶	۰/۰۴۷۱	d7	۰/۰۴۷۷	۰/۰۴۷۶	۰/۰۴۷۱	۰/۰۴۶۶
۰/۴۳۸۹	۰/۰۴۵۸	۰/۰۴۶۲	d8	۰/۰۴۶۶	۰/۰۴۶۵	۰/۰۴۶۲	۰/۰۴۵۸

در جدول شماره (۴) درجه کارایی پوشش ریسک را که از رابطه (۱۱) به دست آمده است در ستون سمت راست و مطلوبیت افراد با درجات ریسک‌گریزی متفاوت را به ترتیب در ستون‌های سمت چپ در زمان - مقیاس‌های مختلف (سطرهای) مشاهده می‌کنید. لازم به ذکر است درجات ریسک‌گریزی که در جدول فوق ارائه شده‌اند، با توجه به تابع مطلوبیت، نحوه محاسبه نرخ بازده قیمتی در بازارهای نقدی و آتی و همچنین با لحاظ نتیجه به دست آمده از میان اعداد ممکن برای درجات ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران به عنوان نمونه و به نمایندگی از درجات ریسک‌گریزی کم، متوسط و زیاد انتخاب شده است.



همان‌طور که می‌بینیم برای سرمایه‌گذاران با درجه ریسک‌گریزی بسیار کم



۱۰/۰۰۱، با افزایش در زمان - مقیاس مطلوبیت اکتسابی سرمایه‌گذار کاهش می‌یابد که نشانگر آن است که برای سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی بسیار کم، پوشش ریسک در کوتاه‌مدت از پوشش ریسک در بلندمدت کاراتر است؛ به‌طوری‌که پوشش ریسک با افق زمانی یک تا دو روز یعنی در زمان - مقیاس (d1) دارای بیشترین مطلوبیت است و در افق زمانی بلندمدت پوشش ریسک برای آنها کمترین مطلوبیت را به‌همراه خواهد داشت. بر عکس برای سرمایه‌گذاران با درجه ریسک‌گریزی بالا مثلاً ۱۰۰ با افزایش زمان - مقیاس مطلوبیت افزایش می‌یابد، که نشان می‌دهد افق‌های زمانی بلندمدت‌تر پوشش ریسک کاراتری را برای آنها به ارمغان خواهد آورد. درنهایت در مورد سرمایه‌گذاران دارای درجه ریسک‌گریزی متوسط مثلاً ۵۰، با افزایش افق زمانی، مطلوبیت سرمایه‌گذار تا سطح d3 افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد، که نشان‌دهنده این موضوع است که برای سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی متوسط، پوشش ریسک در افق‌های زمانی میان‌مدت یا زمان - مقیاس‌های متوسط (d3 و d4) کارایی بیشتری دارد.

علاوه‌بر این می‌توان کارایی استراتژی پوشش ریسک را با تغییر در درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار در هر زمان - مقیاس مشخص ملاحظه کرد. در افق‌های زمانی کوتاه‌مدت یعنی زمان - مقیاس d1 تا d3، مطلوبیت اکتسابی با افزایش درجه ریسک‌گریزی کاهش می‌یابد، که بیانگر آن است که درجه ریسک‌گریزی بالاتر منجر می‌شود که سرمایه‌گذار مطلوبیت کمتری کسب کند. در مقابل، در افق‌های زمانی بلندمدت یعنی زمان - مقیاس d6 تا d8، ریسک‌گریزی نقش بسزایی را در میزان مطلوبیت اکتسابی سرمایه‌گذار بازی نمی‌کند.

لذا در این نوع شبیه‌سازی همان‌طور که مشاهده شد، می‌توان کارایی استراتژی‌های مختلف پوشش ریسک را با توجه به درجه ریسک‌گریزی افراد و همچنین افق زمانی سرمایه‌گذاری مشاهده کرد؛ به‌طوری‌که در مقایسه با درجه کارایی پوشش ریسک محاسبه شده از رابطه (۱۱) بسیار انعطاف‌پذیرتر و به واقعیت نزدیک‌تر است، زیرا افراد در ترجیحات خود صرفاً ریسک پورتفو را لحاظ نمی‌کنند بلکه به بازده و ریسک در تقابل با هم اهمیت می‌دهند.

نتایج نشان می‌دهد که سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی بسیار کم، کاراترین

پوشش ریسک را در افق زمانی کوتاه مدت دارد، درحالی که سرمایه گذار با درجه ریسک گریزی بسیار بالا، در افق زمانی بلند مدت به کاراترین پوشش ریسک دست می یابد. به همین ترتیب سرمایه گذار با درجه ریسک گریزی متوسط در میان مدت بیشترین مطلوبیت را کسب خواهد کرد. بنابراین می توان نتیجه گرفت که کارایی استراتژی های پوشش ریسک تنها به افق زمانی سرمایه گذاری بستگی ندارد بلکه به درجه ریسک گریزی فرد سرمایه گذار نیز مربوط می شود.

### نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از رویکرد تجزیه و تحلیل موجک به دنبال بررسی رابطه بین بازارهای نقدی و آتی سکه طلا و برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف بودیم.

برای این منظور از تبدیل موجک گسته حداکثر همپوشانی استفاده شده است، و از میان توابع پایه موجکی مختلفی که می توان در این روش استفاده کرد، موجک سیملت با طول ۳ (Symmlet3) انتخاب شد و سری های زمانی مربوط به بازده های قیمت نقدی و آتی سکه طلا تا ۸ سطح تجزیه شد.

نتایج حاصل از تجزیه موجک حاکی از آن است که واریانس موجک بازدهی هر دو بازار نقدی و آتی با افزایش سطح تحلیل، یعنی بزرگ شدن مقیاس، کاهش می یابد. شایان توجه است که واریانس موجک در هر دو بازار در سطح یک یعنی کوچک ترین مقیاس تحلیل در اوج مقدار خود است و بیانگر آن است که هر دو بازار در کوتاه مدت نسبت به بلند مدت دارای نوسان پذیری بیشتری هستند. از طرفی همان طور که واریانس تجزیه شده موجک نشان می دهد، بازار نقدی صرف نظر از سطح تحلیل و در زمان - مقیاس های مختلف نوسان پذیری بیشتری نسبت به بازار آتی داشته است.

براساس ضریب همبستگی موجک محاسبه شده، بین بازدهی نقدی و آتی سکه طلا یک رابطه مثبت وجود دارد که با افزایش زمان - مقیاس قوی تر می شود. نتایج حاصل از برآورد در جدول شماره (۲) و نمودار شماره (۳) گزارش شده است و





نقدي سکه بهار آزادی در زمان - مقیاس های بزرگ تر، پذیرفته می شود. این موضوع مؤید آن است که بازارهای نقدي و آتی در اساس با یکدیگر تفاوتی ندارند و در افق های زمانی بلندمدت رفتارهای مشابهی از خود نشان می دهند، که با توجه به مبانی نظری، یعنی مدل هزینه حمل و امکان وجود آربیتریاز بین دو بازار در بلندمدت نیز این موضوع تأیید می شود.

نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل واریانس و درجه کارایی پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف از سطح ۱ (معادل افق زمانی یک تا دو روز) تا سطح ۸ (معادل افق زمانی ۱۲۸ تا ۲۵۶ روز) را با استفاده از واریانس و کوواریانس برآورده شده از تبدیل موجک گستته حداکثر همپوشانی به دست آورده ایم؛ به طوری که برای هر افق زمانی نسبت بهینه پوشش ریسک مختص آن برآورد شد. نتایج حاکی از آن است که نسبت بهینه پوشش ریسک و متعاقباً درجه کارایی پوشش ریسک در زمان - مقیاس های مختلف دارای مقادیر مختلفی هستند. نسبت بهینه پوشش ریسک برآورده شده به طور یکنواخت با نرخی کاهنده افزایش می باید، به طوری که در افق های زمانی بلندمدت به سمت مقدار مشخص  $0.74$  میل می کند. همچنین درجه کارایی پوشش ریسک نیز با افزایش زمان - مقیاس و در افق های زمانی بلندمدت تر افزایش یافته و به سمت مقدار  $0.44$  میل می کند. بنابراین سرمایه گذاران در افق های زمانی بلندمدت برای کاهش ریسک سبد دارایی خود، نسبت بزرگ تری از موقعیت های نقدي را با معامله معکوس در قراردادهای آتی پوشش (ریسک) می دهند و همچنین در افق های زمانی بلندمدت استراتژی های پوشش ریسک برای سرمایه گذاران از کارایی بیشتری برخوردار خواهد بود.

درنهایت کارایی استراتژی های مختلف پوشش ریسک را با توجه به درجه ریسک گریزی فرد سرمایه گذار و همچنین افق زمانی سرمایه گذاری با استفاده از نوعی شبیه سازی از طریق اندازه گیری میزان مطلوبیت اکتسابی بررسی می کنیم. این روش در مقایسه با درجه کارایی پوشش ریسک ساده که صرفاً کاهش در واریانس سبد دارایی را اندازه گیری می کند، بسیار انعطاف پذیرتر و به واقعیت نزدیک تر است. علت این امر آن است که افراد در ترجیحات خود صرفاً ریسک سبد دارایی را لحاظ نمی کنند بلکه به بازده و ریسک در تقابل با هم می نگرند و هر دو این

پارامترها در مطلوبیت اکتسابی آنها تأثیر می‌گذارند. براساس نتایج به دست آمده که در جدول شماره (۴) گزارش شده است، فرضیه تحقیق مبنی بر تغییرپذیری مطلوبیت حاصل از استراتژی‌های پوشش ریسک با تغییر زمان - مقیاس و همچنین با تغییر درجه ریسک‌گریزی افراد، پذیرفته می‌شود. نتایج حاکی از آن است که سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی بسیار کم، کاراترین پوشش ریسک (بالاترین میزان مطلوبیت اکتسابی) را در افق زمانی کوتاه‌مدت دارد، درحالی که سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی بسیار بالا، در افق زمانی بلندمدت به کاراترین پوشش ریسک دست می‌یابد. به همین ترتیب سرمایه‌گذار با درجه ریسک‌گریزی متوسط در میان مدت بیشترین مطلوبیت را کسب خواهد کرد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مطلوبیت حاصل از استراتژی‌های پوشش ریسک تنها به افق زمانی سرمایه‌گذاری بستگی ندارد بلکه به درجه ریسک‌گریزی فرد سرمایه‌گذار نیز مربوط می‌شود.

در پایان پیشنهاد می‌شود که برای کاراتر شدن مدیریت ریسک، سرمایه‌گذاران با توجه به افق زمانی تصمیم‌گیری و مناسب با درجه ریسک‌گریزی خود، کارایی استراتژی‌های مختلف پوشش ریسک را ارزیابی کرده و بر این اساس اقدام به پوشش ریسک کنند. پوشش‌دهندگان ریسک، سرمایه‌گذاران حقیقی و حقوقی، سبدگردانان، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری و مدیران ریسک شرکت‌ها، بانک‌ها و بیمه‌ها می‌توانند با استفاده از رویکرد به کار گرفته شده در این مقاله (تجزیه و تحلیل موجک در چارچوب مدل بازده - ریسک) و براساس ویژگی‌های استخراج شده از داده‌ها در زمان - مقیاس‌های مختلف (تحلیل چندنمایشی)، ریسک سبد دارایی مورد نظر خود را در افق‌های زمانی مختلف و با توجه به نیاز خود مدیریت کنند.

## منابع

### الف - فارسی

ابراهیمی، محسن و قنبری، علیرضا. ۱۳۸۸. «پوشش ریسک نوسانات درآمدهای نفتی با استفاده از قراردادهای آتی ایران»، پژوهشنامه اقتصادی، سال نهم، شماره سوم، صص ۲۰۴ - ۱۷۳.

بهرامی، جاوید و میرزاپورباباجان، اکبر. ۱۳۹۱. «نسبت بهینه پوشش ریسک در قراردادهای آتی سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران»، فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، سال بیستم، شماره ۶۴، صص ۲۰۶ - ۱۷۵.

جلالی نائینی، سید احمد رضا و کاظمی منش، مریم. ۱۳۸۳. «بررسی تغییرات نرخ بهینه پوشش ریسک در بازار نفت»، فصلنامه مطالعات اقتصاد انرژی، سال اول، شماره ۱.

عباسی‌نژاد، حسین و محمدی، شاپور. ۱۳۸۴. «تحلیل سیکل‌های تجاری ایران با استفاده از نظریه موجک‌ها»، مجله تحقیقات اقتصادی.

### ب - انگلیسی

Cecchetti, S. G., Cumby, R. E., and Figlewski, S. 1988. "Estimation of the Optimal Futures Hedge", *Review of Economics and Statistics*.

Davidson, R., Labys, W. C. and Lesourd, J. B. 1998. "Wavelet Analysis of Commodity Price Behavior", *Computational Economics*, 11:103-28.

Genc,ay, R., Selc,uk, F., and Whitcher, B. 2001. "Scaling Properties of Foreign Exchange Volatility", *Physica*, 289:249-66.

Genc,ay, R., Selc,uk, F., and Whitcher, B. 2002. "An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics", *Academic Press*.

Genc,ay, R., Selc,uk, F., and Whitcher, B. 2003. "Systematic Risk and Time Scales", *Quantitative Finance*, 3:108-16.

Geppert, J. M. 1995. "A Statistical Model for the Relationship Between Futures

Contract Hedging Effectiveness and Investment Horizon Length", *Journal of Futures Markets*, 15:507–36.

Howard, C. T., & D'Antonio, L. J. 1984. "A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.

Howard, C. T., and D'Antonio, L. J. 1991. "Multiperiod Hedging Using Futures: A Risk Minimization Approach in the Presence of Autocorrelation", *Journal of Futures Markets*, 11:697–710.

Hsin, C. W., Kuo, J., and Lee, C. F. 1994. "A New Measure to Compare the Hedging Effectiveness of Foreign Currency Futures Versus Options", *Journal of Futures Markets*, 14, 685–707.

Johnson, L. L. 1960. "The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures", *Review of Economic Studies*.

Kroner, K. F., and Sultan, J. 1993. "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 535–551.

Lee, G. G. J. 1999. "Contemporary and Long-run Correlations: A Covariance Component Model and Studies on the S&P 500 Cash and Futures Markets", *Journal of Futures Markets*.

Lien, D., and Luo, X. 1993b. "Estimating Multiperiod Hedge Ratios in Cointegrated Markets", *Journal of Futures Markets*, 13, 909–920.

Lien D and Luo X. 1994. "Multiperiod Hedging in the Presence of Conditional Heteroskedasticity", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 14, No. 8, pp. 927–956.

Lien, D., and Wilson, B. K. 2001. "Multiperiod Hedging in the Presence of Stochastic Volatility", *International Review of Financial Analysis*, 10:395–406.

Lindsay, R. W., Percival, D. B. and Rothrock, D. A. 1996. "The Discrete Wavelet Transform and the Scale Analysis of the Surface Properties of Sea Ice", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 34:771–87.

Moschini, G., and Myers, R. J. 2002. "Testing for Constant Hedge Ratios in Commodity Markets: A Multivariate GARCH Approach", *Journal of Empirical Finance*, 9:589–603.

Pan, Z., and Wang, X. 1998. "A Stochastic Nonlinear Regression Estimator Using Wavelets", *Computational Economics*, 11:89–102.

Ramsey, J. B., and Lampart, C. 1998a. "Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets", *Macroeconomic*

**Dynampanics**, 2:49–71.

Ramsey, J. B., and Zhang, Z. 1997. "The Analysis of Foreign Exchange Data Using Waveform Dictionaries", **Journal of Empirical Finance**, 4:341–72.

