

تأثیر نرخ سود بانکی بر چگونگی شکل‌گیری و تحول پورتفوی بهینه دارایی‌ها در ایران کاربرد مدل میانگین - واریانس



بی‌تا شایگانی*

فرامرز طهماسبی**

تاریخ دریافت: ۹۲/۷/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۳/۴/۲۸

چکیده

در این مطالعه با در نظر گرفتن دارایی‌های خانوارها شامل سپرده‌های بانکی، اوراق مشارکت، سهام، ارز، سکه و مسکن طی دوره ۱۳۹۰-۱۳۷۰ و با به‌کارگیری مدل میانگین - واریانس، با استفاده از نرم‌افزار متلب ترکیب بهینه سبد دارایی‌ها استخراج شده است. نتایج نشان می‌دهد: افراد کم‌ریسک ۶۸ درصد دارایی خود را به صورت اوراق مشارکت و بقیه را به صورت سهام و دارایی‌های دیگر نگهداری می‌کنند. با افزایش ریسک سبد دارایی، سهم سهام و مسکن در سبد دارایی افراد افزایش می‌یابد، به طوری که برای افراد پرریسک سهام ۷۸ درصد و مسکن ۲۲ درصد ترکیب را به خود اختصاص می‌دهند و بقیه دارایی‌ها سهمی را به خود اختصاص نمی‌دهند. همچنین تغییر ترکیب دارایی‌ها در نتیجه تغییر نرخ سود بانکی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد زمانی که نرخ سود واقعی سپرده‌های بانکی منفی است، بیشترین سهم در سبد دارایی افراد کم‌ریسک، اوراق مشارکت (۷۷ درصد) و برای افراد پرریسک سکه (۸۱ درصد) بوده و سهام و ارز سهمی را به خود اختصاص نمی‌دهند؛ و زمانی که نرخ سود واقعی سپرده‌های بانکی مثبت است، در سبد دارایی افراد کم‌ریسک، سپرده‌های بانکی بیشترین سهم (۷۵ درصد) و برای افراد پرریسک سهام بیشترین سهم (۷۶ درصد) را به خود اختصاص می‌دهند. در این حالت اوراق مشارکت، سکه و ارز سهمی در سبد دارایی افراد ندارند.

واژه‌های کلیدی: ریسک، بازدهی، پورتفوی، مدل میانگین - واریانس

طبقه‌بندی JEL : G21, G11, E44



مقدمه

به‌طور طبیعی افراد دارایی‌های خود را به شکل‌های مختلف نگهداری می‌کنند. به‌عنوان مثال در سبد دارایی یک فرد می‌توان به مجموعه‌ای شامل پول نقد، سپرده‌های بانکی، کالاهای بادوام، سهام، ارز، طلا، مسکن و اوراق مشارکت و... اشاره کرد. افراد در تصمیم‌گیری خود در نحوه تخصیص دارایی خویش به هریک از شقوق یادشده، به دو عامل ریسک و بازده توجه دارند. بازدهی و ریسک دو عنصر بسیار مهم برای انتخاب دارایی‌ها و سرمایه‌گذاری‌های افراد به‌شمار می‌روند (مارکویتز، ۱۹۵۲). بیشتر سرمایه‌گذاران تمایل دارند بازدهی سرمایه‌گذاری بالا و کم‌نوسانی داشته باشند. برای این منظور سرمایه‌گذاران باید سرمایه خود را به ترکیبی از دارایی‌ها و نه یک دارایی اختصاص دهند (مارکویتز، ۱۹۵۹). پیشگام نظریه‌های نوین انتخاب سبد دارایی هری مارکویتز (۱۹۵۲) است. وی بیان داشت که هدف مدیریت پورتنفوی فقط بیشینه کردن بازده مورد انتظار نیست، بلکه هدف بیشینه کردن مطلوبیت انتظاری است که تابعی از بازدهی انتظاری و ریسک پورتنفوی می‌باشد. روش میانگین - واریانس مارکویتز، معمول‌ترین روش برای حل مشکل انتخاب دارایی‌ها می‌باشد (مارکویتز، ۱۹۵۲). اصل تنوع، پایه و اساس این روش بوده و هنوز هم کاربرد گسترده‌ای در مدیریت ریسک دارد. با وجود اینکه نظریات زیادی در مقابل آن وجود دارد، این روش سالیان زیادی است که توسط سرمایه‌گذاران و مجامع علمی مورد پذیرش قرار گرفته است (کورن، ۱۹۹۷). در این روش تنها معیار ارزیابی ریسک، واریانس بازدهی دارایی می‌باشد. در این مدل امکان بررسی تأثیر تغییر بازدهی یک دارایی بر ترکیب دارایی‌ها از طریق مرز کارایی وجود دارد (جونز، ۲۰۰۳). در این مقاله با کمک مدل «میانگین - واریانس» منتسب به مارکویتز، ترکیب بهینه دارایی‌ها در ایران برای دوره زمانی ۱۳۷۰-۱۳۹۰ با

استفاده از نرم‌افزار متلب استخراج شد. سپرده‌های بانکی یکی از اجزای بااهمیت سبد دارایی افراد است که کاملاً متأثر از نرخ‌های سود سپرده‌ها و تسهیلات بانکی است. یکی از تأثیرات مهم تغییر نرخ‌های سود بانکی، تغییر در پورتنفوی افراد جامعه است. در این مطالعه سعی شده است تأثیر تغییر نرخ‌های سود بانکی بر ترکیب دارایی افراد مورد بررسی قرار گیرد.

برای این منظور ابتدا به بیان مبانی نظری تحقیق پرداخته شد. در ادامه به چند مطالعه انجام‌شده در این زمینه اشاره شده و سپس مدل مورد استفاده برای انجام این تحقیق معرفی و تجزیه و تحلیل آماری و نتایج حاصل از آن بیان شده است. در این مطالعه تغییر ترکیب سبد دارایی در نتیجه تغییر نرخ سود بانکی برای گروه‌های مختلف ریسک مورد بررسی قرار گرفته است که تاکنون هیچ مطالعه‌ای در این زمینه انجام نشده است.

۱. مبانی نظری

هدف از حل مسئله انتخاب پورتنفوی آن است که از بین شقوق مختلف دارایی، پورتنفویی انتخاب شود که ضمن داشتن حداقل ریسک، بازده موردانتظار سرمایه‌گذار را نیز برآورده کند.

پیشگام نظریه‌های نوین انتخاب سبد دارایی هری مارکوویتز (۱۹۵۲) است که نخستین بار مدل پایه‌ای انتخاب پورتنفوی را مطرح کرد. مدل وی یک مدل درجه دوم بوده که می‌تواند توسط ابزارهای استاندارد حل شود. در این مدل معیار انتخاب پورتنفوی بازده موردانتظار و ریسک دارایی‌ها می‌باشد (مارکوویتز، ۱۹۵۲). حال چنانچه در این مدل دارایی‌ها را در ترکیب‌های مختلف در نظر بگیریم، پورتنفوی‌های مختلف با ریسک و بازده مورد انتظار متفاوت به دست می‌آیند که به آنها پورتنفوی‌های قابل دسترس اطلاق می‌شود. اگر از بین این پورتنفوها، پورتنفوی‌های کارا استخراج و نمودار بازده - ریسک آنها ترسیم شود، به مجموعه نقاطی به عنوان مرز کارا دست می‌یابیم. حال هر سرمایه‌گذار با توجه به ریسک‌پذیری خود پورتنفویی را از بین پورتنفوی‌های مرز کارا انتخاب می‌کند (جونز، ۲۰۰۳).

ویلیام شارب طی مقاله‌ای با عنوان «مدل ساده‌شده تحلیل سبد دارایی» به ارائه

راه‌حلی ساده برای کاهش داده‌ها و محاسبات زمان بر مدل مارکویتز پرداخت. او با تبیین بتا به‌عنوان ریسک بازار، مدل عاملی شارپ را در قالب مدل‌های تک‌عاملی و چندعاملی ارائه کرد. این نظریه مدلی برای قیمت‌گذاری دارایی‌های ریسکی ایجاد می‌کند و در نهایت نرخ بازده مورد انتظار را برای هر دارایی ریسکی تعیین می‌کند. در این مدل همه سرمایه‌گذاران، سرمایه‌گذاران کارای مدل مارکویتز هستند که هدف آنها دستیابی به نقاط واقع بر روی مرز کارا است. همچنین سرمایه‌گذاران می‌توانند هر مبلغی را با نرخ بازده بدون ریسک قرض گرفته یا قرض دهند. معمولاً در هر بازاری نرخ بازده بدون ریسک در حدود نرخ تورم است (شارپ و همکاران، ۲۰۰۸). در این مدل بازدهی یک سهم و نیز بازدهی پورترفوی تابع بازدهی بازار (سبد اوراق بهادار بازار) است و ریسک یک دارایی به این صورت تعریف می‌شود.

ریسک غیرسیستماتیک + ریسک سیستماتیک = ریسک کل

انتخاب سبد دارایی بستگی به ترجیحات مخاطره‌آمیز افراد و تصمیمات مالی آنها دارد. فرد می‌تواند تمام سرمایه خود را در دارایی ریسکی و یا بخشی را در دارایی ریسکی و بخش دیگر را در دارایی بدون‌ریسک سرمایه‌گذاری کند.

راس در دهه ۱۹۷۰ نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ را پایه‌گذاری کرد. این تئوری

بر پایه مفروضات زیر بنا شده است (راس، ۱۹۷۰):

سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز بوده و به‌دنبال بیشینه‌سازی ثروت نهایی خود هستند. همچنین آنها می‌توانند در نرخ بدون‌ریسک وام گرفته یا وام بدهند و نیز هیچ فرصت سود آربیتراژی (بدون ریسک) وجود ندارد. در این تئوری بازدهی اوراق بهادار تابع عامل است. در صورتی که قیمت دارایی‌ها، بازده‌های مورد انتظار آنها را منعکس نکنند، انتظار می‌رود سرمایه‌گذاران وارد آربیتراژ شوند. در این صورت دارایی با قیمت بالا فروخته و عواید آن را صرف خرید دارایی با قیمت پایین می‌کنند تا زمانی که قیمت‌های مربوطه تصحیح شوند.

تئوری‌های فرامدرن پورترفوی نیز براساس رابطه بازدهی و ریسک نامطلوب به تبیین رفتار سرمایه‌گذاران و انتخاب پورترفوی می‌پردازند. در این نظریه، ریسک نامطلوب (نوسانات پایین‌تر از نرخ بازده هدف سرمایه‌گذار) به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری ریسک تعریف شده است. از دیدگاه این تئوری، ریسک به‌عنوان یک

وضعیت احساسی، بیشتر مبین ترس از یک پیشامد نامطلوب همانند ضرر یا عملکرد پایین‌تر از سطح توقع است؛ بنابراین معیارهای ریسک نامطلوب به شکل بهتری می‌توانند آن را به صورت ریاضی تبیین کنند (آدمی، ۱۳۹۱).

۲. مروری بر مطالعات انجام‌شده

مطالعات انجام‌شده در مورد پورتنفوی در داخل کشور عمدتاً مربوط به بازار سهام است و در مورد تعیین پورتنفوی دارایی‌های دیگر، به‌ویژه برای گروه‌های مختلف ریسک و نیز تأثیر سیاست‌های اقتصادی و سیاست‌های پولی بر ترکیب پورتنفوی، مطالعه‌ای انجام نشده است. در جدول زیر به چند نمونه از این مطالعات اشاره می‌کنیم.

جدول شماره (۱). مطالعات داخلی

نام	سال	موضوع	مدل	نتایج
راعی	۱۳۷۷	مقایسه مدل‌ها در انتخاب پورتنفوی در بورس اوراق بهادار تهران	مدل‌های مارکویتز و شبکه عصبی با الگوی یادگیری پس از انتشار خطا	انتخاب پورتنفوی بهینه
بشارت	۱۳۷۸	تأثیر تنوع‌بخشی سهام بر کاهش ریسک در بورس اوراق بهادار ایران	میانگین - واریانس	با تشکیل پورتنفوی متنوع می‌توان ریسک غیرسیستماتیک را کاهش داد
مریم کریمی	۱۳۸۶	تعیین پورتنفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران	مدل‌های ارزش در معرض ریسک و میانگین - واریانس	مدل ارزش در معرض ریسک کارآمدتر از مدل میانگین - واریانس است. اما برای سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر تفاوتی بین دو مدل وجود ندارد
غلامرضا اسلادی بیدگلی و علیرضا سارنج	۱۳۸۷	انتخاب پورتنفوی در بورس اوراق بهادار تهران	میانگین - واریانس - نقدشوندگی	نقدشوندگی در سطوح بالا روی تصمیمات سرمایه‌گذاران مؤثر بوده و مرز کارا را تحت تأثیر قرار می‌دهد

جدول شماره (۲). مطالعات خارجی

فالوین و یاماشینتا	۱۹۹۸	تعیین وزن دارایی‌ها در پورتنفوی بهینه طی دوره ۱۹۶۸-۱۹۹۲	میانگین - واریانس	حضور مسکن در پورتنفوی کارایی آن را بالا می‌برد
الکساندر و باپتیستا	۲۰۰۱	مقایسه مدل‌ها در انتخاب پورتنفوی	مدل‌های میانگین - واریانس و میانگین - ور	برای برخی از سرمایه‌گذاران ریسک‌پذیر، پورتنفوی که دارای واریانس بالاتر است ممکن است ارزش در معرض خطر پایین‌تری داشته باشد
دیسی و حسنف	۲۰۰۳	تعیین اوزان بهینه دارایی‌ها در سبد دارایی خانوارها برای کشور آمریکا طی دوره ۲۰۰۰-۱۹۵۲	میانگین - واریانس	در سبد دارایی خانوارهای کوریسک سهم مسکن ۹۱ درصد و سهم سهام ۹ درصد است و اوراق قرضه سهمی در سبد دارایی ندارد. با افزایش ریسک، سهم سهام به ۹۴ درصد و سهم مسکن به ۶ درصد تغییر می‌یابد
کولمن و سیگل	۲۰۰۳	تعیین پورتنفوی طی دوره ۱۹۹۹-۱۹۸۴ و بررسی اثر مسکن بر نگهداری دارایی‌های مالی	میانگین - واریانس	با در نظر گرفتن اثر ریسک بر نگهداری دارایی‌های ریسکی، تخصیص ثروت بین مسکن و سایر دارایی‌ها تغییر می‌کند
بکرز، دسویج و لام	۲۰۰۹	تعیین پورتنفوی بهینه ده طبقه دارایی برای ایالات متحده	میانگین - واریانس	با افزایش تعداد دارایی‌ها کارایی پورتنفوی افزایش یافته و مرز کارا به سمت بالا انتقال می‌یابد
ادوین فیشر و لیند براچر	۲۰۱۰	تعیین پورتنفوی بهینه هفت طبقه دارایی برای ایالات متحده	با تخمین‌زننده‌های مختلف ریسک و بازدهی	مرز کارا و کارایی پورتنفوی را با تخمین‌زننده‌های مختلف ریسک و بازدهی مقایسه کرده‌اند

۳. مدل مورد استفاده

در این پژوهش مدل مارکویتز به کار گرفته شده است. مدل مارکویتز یک مدل برنامه‌ریزی درجه دوم براساس میانگین و واریانس بازدهی دارایی‌هاست که فرض نرمال بودن توزیع بازدهی دارایی‌ها، پیش فرض اصلی آن است. علت انتخاب این مدل آن است که: ۱- انتخاب پورتفوی بهینه برای گروه‌های مختلف ریسک در آن امکان‌پذیر است ۲- امکان بررسی تأثیر سیاست‌های اقتصادی بر بازدهی دارایی‌ها و در نتیجه ترکیب پورتفوی گروه‌های مختلف ریسک وجود دارد. تجزیه و تحلیل وی با به کارگیری مجموعه‌ای از ورودی‌ها آغاز می‌شود.

۱. بازده مورد انتظار برای هر دارایی؛

۲. انحراف معیار بازده به عنوان ریسک هر دارایی؛

۳. ضریب همبستگی میان نرخ بازده دارایی‌ها؛

۱-۳. بازده مورد انتظار یک دارایی

برای محاسبه بازده مورد انتظار هر دارایی، سرمایه‌گذار نیاز دارد تا بازده‌های محتمل هر دارایی را به اضافه احتمال وقوع هر یک از بازده‌های ممکن برآورد کند. براساس مدل مارکویتز، بازده مورد انتظار یک دارایی، میانگین بازده دارایی طی سال‌های گذشته است.

۲-۳. ریسک یک دارایی

برای اندازه‌گیری ریسک هر دارایی از واریانس بازده‌های مورد انتظار استفاده می‌کنیم. از نظر آماری، واریانس، پراکندگی یک دارایی را حول ارزش مورد انتظار اندازه‌گیری می‌کند. هرچه پراکندگی بازده‌ها بیشتر باشد، میزان واریانس یا ریسک بزرگ‌تر خواهد بود؛ بنابراین واریانس یک معیار منطقی و ثابت ریسک دارایی برای سرمایه‌گذاران محسوب می‌شود. براساس مدل مارکویتز انحراف معیار بازدهی دارایی طی سال‌های گذشته، ریسک آن دارایی محسوب می‌شود (مارکویتز، ۱۹۵۲).

۳-۳. بازده مورد انتظار پورتفوی

بازده مورد انتظار هر پورتفوی از طریق میانگین وزنی بازده مورد انتظار هر یک از

دارایی‌ها به آسانی قابل محاسبه است. وزن‌هایی که برای میانگین مورد انتظار استفاده می‌شود، نسبت‌هایی از وجوه قابل سرمایه‌گذاری است که در هر دارایی سرمایه‌گذاری شده‌اند (مارکویتز، ۱۹۵۲).

(۱)

$$E(R_p) = \sum w_i E(R_i)$$

$E(R_p)$ = نرخ بازده مورد انتظار پورتنفوی

$E(R_i)$ = نرخ بازده مورد انتظار دارایی

w_i = وزن هر دارایی در پورتنفوی

۳-۴. ریسک پورتنفوی

در مدل مارکویتز ریسک پورتنفوی توسط واریانس بازده پورتنفوی اندازه‌گیری می‌شود. ریسک پورتنفوی نه تنها به میانگین وزنی ریسک تک‌تک دارایی‌ها، بلکه به کواریانس بازده‌های دارایی‌های تشکیل‌دهنده پورتنفوی نیز بستگی دارد (جونز، ۲۰۰۳).

(۲)

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \delta^2(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

در این معادله داریم:

δ_p^2 واریانس نرخ بازده پورتنفوی:

$\text{cov}(R_i, R_j)$ = کواریانس نرخ بازده دارایی‌ها؛

n = تعداد دارایی‌ها

w_i, w_j = وزن دارایی‌ها در پورتنفوی

۳-۵. ضریب همبستگی

به منظور محاسبه تأثیر روابط میان بازده دارایی‌های یک پورتنفوی لازم است ضریب همبستگی میان هر جفت از دارایی‌ها برآورد شود (مارکویتز، ۱۹۵۹).

۱. ترکیب دارایی‌هایی که بازدهی آنها همبستگی کاملاً مثبت دارند، هیچ تأثیری

در کاهش ریسک پورتنفوی ندارد؛

۲. ترکیب دو دارایی که دارای همبستگی صفر باشند باعث کاهش ریسک

پورتفوی می‌شود. باین‌حال ریسک پورتفوی در این حالت کاملاً حذف نمی‌شود؛
۳. ترکیب دو دارایی که دارای همبستگی کاملاً منفی باشد می‌تواند باعث حذف کامل ریسک پورتفوی شود.

در این مدل هدف سرمایه‌گذار حداقل کردن ریسک پورتفوی در یک بازدهی مورد انتظار معین است لذا داریم:

$$\text{Min } \delta_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \delta^2(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

s.t:

$$E(R_p) = \sum w_i E(R_i)$$

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1$$

$$3 - w_i \geq 0$$

در این رابطه:

واریانس بازدهی پورتفوی (ریسک پورتفوی) δ_p^2 ؛

بازدهی انتظاری پورتفوی $E(R_p)$ ؛

بازدهی انتظاری دارایی $E(R_i)$ ؛

وزن هر دارایی در پورتفوی w_i ؛

$\text{cov}(R_i, R_j)$: کوواریانس بازدهی دارایی نام و نام.

۴. تجزیه و تحلیل آماری

۴-۱. انتخاب پورتفوی بهینه طی کل دوره

پس از برآورد بازدهی دارایی‌ها، بازدهی انتظاری، ریسک و ضرایب همبستگی بین بازدهی دارایی‌ها استخراج شدند.

جدول شماره (۳). بازدهی مورد انتظار و ریسک دارایی‌ها (درصد) طی سال‌های ۱۳۷۱-۱۳۸۹

دارایی	مسکن	اوراق مشارکت	سکه طلا	سپرده‌های بانکی	سهام	ارز
بازدهی انتظاری	۲۰/۵۰	۱۷/۶۶	۲۰/۸۱	۱۷/۱۳	۲۹/۵۲	۱۲/۴۶
ریسک	۲۰/۳۶	۱/۵۵	۲۰/۵۶	۱/۰۹	۴۴/۱۳	۱۶/۵۱

منبع: محاسبات تحقیق

جدول بالا نشان می‌دهد بالاترین بازدهی مربوط به سهام است. البته ریسک سرمایه‌گذاری در سهام نیز در بین دارایی‌های بررسی شده بیشترین است. سپرده‌های بانکی که دارای بازدهی یکنواخت بوده دارای کمترین ریسک نسبت به دارایی‌های



دیگر است. چنین به نظر می‌رسد که افراد ریسک‌پذیر که به دنبال بازدهی بالا هستند، سهم بیشتری از دارایی‌های خود را به سهام اختصاص می‌دهند و متحمل ریسک بالا نیز می‌باشند. افراد ریسک‌گریز دارایی‌های خود را بیشتر به سپرده‌های بانکی و اوراق مشارکت تبدیل می‌کنند، زیرا ریسک کمتری دارند.

ماتریس واریانس - کواریانس با استفاده از سری بازدهی سالانه دارایی‌ها به صورت زیر استخراج شده است.

جدول شماره (۴). ماتریس واریانس - کواریانس بازدهی دارایی‌ها طی سال‌های ۱۳۷۱-۱۳۸۹

ارز	سهام	سپرده‌های بانکی	سکه طلا	اوراق مشارکت	مسکن
-۱۵/۹۷	۱۲۹/۸۴	-۰/۸۸	۳۳	۱/۲۸	۴۱۴/۵۱
۱۸	۱۳/۵۹	۰/۸۰	۶/۶۷	۲/۳۹	۱/۲۸
۲۲۸/۷۶	۴۲۳/۴۰	-۵/۱۸	۴۲۳/۵۶	۶/۶۷	۳۳
۴/۵۸	۱۱/۹۸	۱/۱۸	-۵/۱۸	-۰/۸۰	۰/۸۸
۲۷۶/۷۳	۱/۹۴	۱۱/۹۸	۴۲۳/۴۰	۱۳/۵۹	۱۲۹/۸۴
۲۷۲/۷۳	۲۷۶/۷۳	۴/۵۸	۲۲۸/۷۶	۱۸	-۱۵/۹۷

منبع: محاسبات تحقیق

که در آن درایه‌های قطر فرعی نشان‌دهنده واریانس بازدهی هر یک از دارایی‌ها و درایه‌های دیگر نشان‌دهنده کواریانس بین بازدهی دارایی‌ها می‌باشند؛ لذا مسئله کمینه یا بی‌مدل میانگین - واریانس به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \text{Min } & 414/51w_1^2 + 2(1/28)w_1w_2 + 2 \times 32w_1w_3 + 2 \times (0/88)w_1w_4 + 2 \times \\ & (129/84)w_1w_5 + 2(15/97)w_1w_6 + 2/39w_2^2 + 2(6/6)w_2w_3 + 2(0/8)w_2w_4 + \\ & 2(13/59)w_2w_5 + 2 \times 18w_2w_6 + 422/56w_3^2 - 2(5/18)w_3w_4 + 2(423/40)w_3w_5 + \\ & 2(228/76)w_3w_6 + (1/18)w_4^2 + 2(11/98)w_4w_5 + 2(4/58)w_4w_6 + 1/94w_5^2 + \\ & 2(276/73)w_5w_6 + (272/73)w_6^2 \end{aligned}$$

s.t:

$$1) 20/5w_1 + 17/66w_2 + 20/81w_3 + 17/13w_4 + 29/5w_5 + 12/46w_6 = \alpha$$

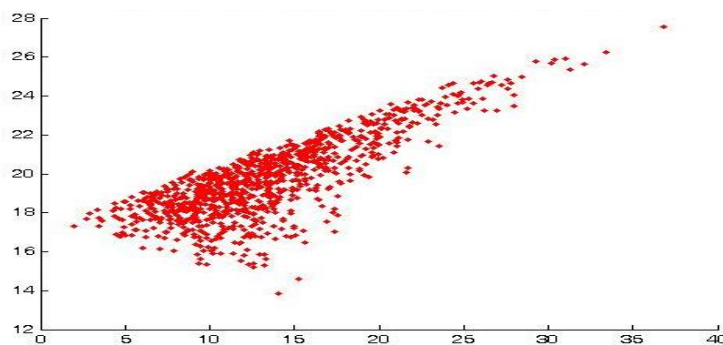
$$2) w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1$$

$$3) w_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,6$$

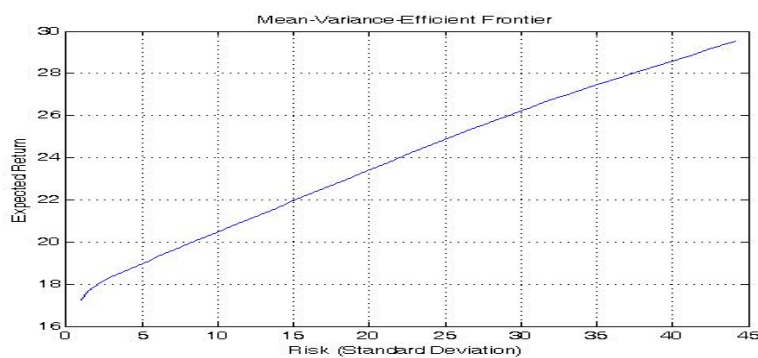
در روابط بالا w_1 و w_2 و w_3 و w_4 و w_5 و w_6 به ترتیب سهم مسکن، اوراق مشارکت، سکه طلا، سپرده‌های بانکی، سهام و ارز در پورتفوی و α بازدهی انتظاری پورتفوی است.

با حل مسئله بالا براساس w ها، اوزان بهینه دارایی‌ها در پورتفوی به دست خواهد آمد. پورتفوی قابل دسترس و مرز کارا ترسیم شدند، شکل‌های شماره (۱) و (۲) به ترتیب پورتفوی قابل دسترس و مرز کارایی دارایی‌های ذکر شده را نشان می‌دهند.

شکل شماره (۱). پورتفوی قابل دسترس



شکل شماره (۲). مرز کارا



با برآورد مدل، ضریب اهمیت هر دارایی در پورتفوی به صورت زیر استخراج شد. جدول زیر سهم دارایی‌ها در پورتفوی بهینه را نشان می‌دهد.

جدول شماره (۵). سهم دارایی‌ها در پورتفوی بهینه

ریسک‌پذیری	ارز	سهم	سپرده‌های بانکی	سکه	اوراق مشارکت	مسکن	ریسک پورتفوی	بازدهی پورتفوی
کم‌ریسک	۰	۰/۱۰	۰/۰۹	۰/۰۳	۰/۶۸	۰/۱۰	۶/۰۱	۱۹/۲۱
ریسک متوسط	۰	۰/۳۷	۰	۰/۱۲	۰/۱۷	۰/۳۴	۱۹/۸۵	۲۳/۲۸
پر ریسک	۰	۰/۷۸	۰	۰	۰	۰/۲۲	۳۵/۵۴	۲۷/۵۴
کل افراد	۰	۰/۴۲	۰/۰۳	۰/۰۵	۰/۲۸	۰/۲۲	۲۰/۴۶	۲۲/۳۷

منبع: محاسبات تحقیق

جدول بالا نشان می‌دهد اوراق مشارکت بیشترین سهم را در سبد دارایی افراد



کم‌ریسک داراست. چون نسبت ریسک به بازدهی مورد انتظار آن نسبت به تمام دارایی‌های دیگر کمتر است. اما ترکیب دارایی افراد ریسک‌پذیر را سهام و مسکن تشکیل می‌دهد که بیشترین سهم مربوط به سهام است. ارقام جدول نشان می‌دهد که با افزایش ریسک‌پذیری افراد، سهم سهام و مسکن در ترکیب دارایی آنها افزایش و سهم سپرده‌های بانکی و اوراق مشارکت کاهش می‌یابد.

برای بررسی تأثیر تغییر نرخ سود بانکی بر پورتنفوی افراد جامعه، نرخ سود بانکی را طی دو دوره (نرخ سود واقعی مثبت و نرخ سود واقعی منفی) در نظر می‌گیریم.

۴-۲. انتخاب پورتنفوی بهینه با نرخ سود واقعی منفی سپرده‌های بانکی ماتریس واریانس - کواریانس بازدهی دارایی‌ها در این دوره به شکل زیر است.

جدول شماره (۶). ماتریس واریانس - کواریانس بازدهی دارایی‌ها با نرخ سود واقعی منفی سپرده‌های بانکی

ارز	سهام	سپرده‌های بانکی	سکه طلا	اوراق مشارکت	مسکن
۵۷/۶۳	۳۱۱/۷۷	۱۴/۱۹	-۱۲/۹۸	۱۳/۹۰	۲۱۱/۳۱
۲۰/۸۷	۴۸/۰۴	۱/۳۳	۱۸/۰۵	۲/۳۳	۱۳/۹۰
۴۰/۱/۹۸	۷۵۵/۰۵	۱/۰۳	۶۵۷/۸۲	۱۸/۰۵	-۱۲/۹۸
۱۱/۹۴	۳۷/۴۶	۱/۸۰	۱/۰۳	۱/۳۳	۱۴/۱۹
۷۸۹/۱۳	۲/۱۰	۳۷/۴۶	۷۵۵/۰۵	۴۸/۰۴	۳۱۱/۷۷
۳۵۷/۷۶	۷۸۹/۱۳	۱۱/۹۴	۴۰/۱/۹۸	۲۰/۸۷	۵۷/۶۳

منبع: محاسبات تحقیق

لذا مسئله بهینه‌یابی مدل میانگین - واریانس در این دوره به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } & 211/31w_1^2 + 2(13/9)w_1w_2 - 2 \times (12/98)w_1w_3 + 2 \times (14/19)w_1w_4 + 2 \\ & \times (311/77)w_1w_5 + 2(57/63)w_1w_6 + 2033w_2^2 + 2(18/05)w_2w_3 \\ & + 2(1/33)w_2w_4 + 2(48/04)w_2w_5 + 2 \times (20/87)w_2w_6 \\ & + 657/82w_3^2 + 2(1/03)w_3w_4 + 2(755/05)w_3w_5 \\ & + 2(401/98)w_3w_6 + (1/8)w_4^2 + 2(37/46)w_4w_5 \\ & + 2(11/94)w_4w_6 + (2/10)w_5^2 + 2(789/13)w_5w_6 + 357/76w_6^2 \end{aligned}$$

s.t:

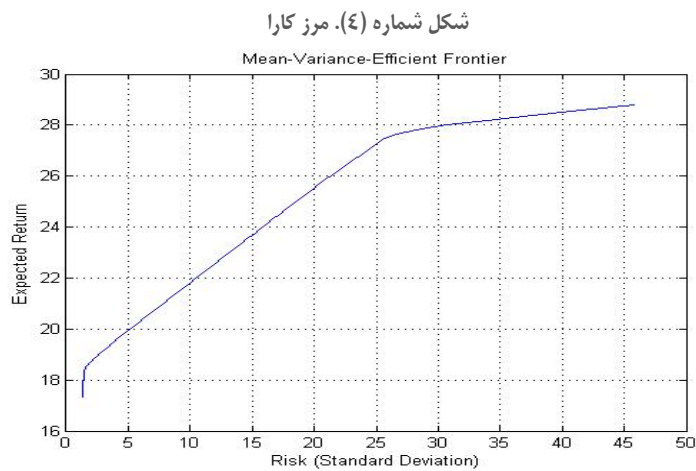
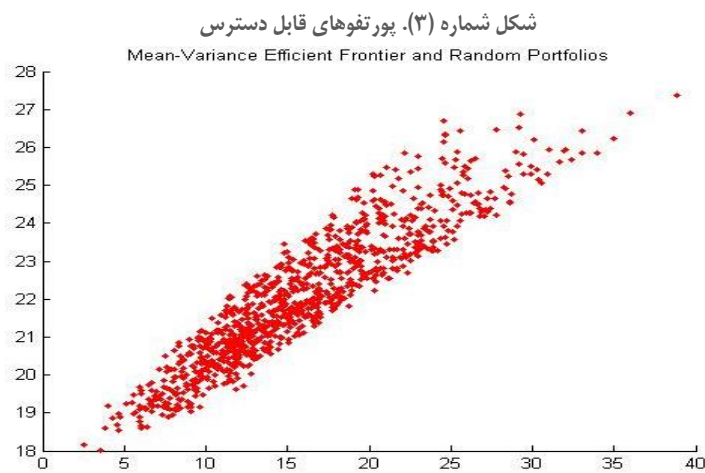
$$1) (18/96)w_1 + 18/43w_2 + 27/467w_3 + 16/81w_4 + 28/78w_5 + 21/68w_6 = \alpha$$

$$2) w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1$$

$$3) w_i \geq 0 \text{ و } i=1,2,\dots,6$$

در روابط فوق w_1 تا w_6 به ترتیب سهم مسکن، اوراق مشارکت، سکه طلا، سپرده‌های بانکی، سهام، و ارز بوده و α نیز بازدهی انتظاری پورتفوهای حاصل از این دارایی‌ها می‌باشد. با حل مسئله فوق براساس w ها، وزن دارایی‌ها در پورتفوی بهینه به دست خواهد آمد.

شکل‌های شماره (۳) و (۴) به ترتیب پورتفوهای قابل دسترسی و مرز کارا را در این حالت نشان می‌دهند.



با تخمین مدل در این حالت، سهم دارایی‌ها در پورتفوی بهینه به صورت جدول زیر استخراج شد.



جدول شماره (۷). سهم دارایی‌ها در پورتنفوی بهینه با نرخ سود واقعی منفی سپرده‌ها

ریسک‌پذیری	مسکن	اوراق مشارکت	سکه	سپرده‌های بانکی	سهام	ارز	ریسک پورتنفوی	بازدهی پورتنفوی
کم‌ریسک	۰/۰۱	۰/۷۷	۰/۱۰	۰/۱۲	۰	۰	۴/۵۷	۱۹/۸
ریسک متوسط	۰/۱۵	۰/۳۴	۰/۵۱	۰	۰	۰	۱۳/۳۲	۲۱/۹۴
پر ریسک	۰/۰۹	۰	۰/۸۱	۰	۰	۰	۳۲/۳۱	۲۶/۹۴
کل افراد	۰/۰۷	۰/۳۶	۰/۴۵	۰/۰۴	۰	۰	۱۶/۷۳	۲۲/۸۹

منبع: محاسبات تحقیق

ارقام جدول نشان می‌دهد اوراق مشارکت بیشترین سهم در سبد دارایی افراد کم‌ریسک را به خود اختصاص می‌دهد. سهام و ارز در این حالت سهمی در سبد دارایی افراد کم‌ریسک ندارند. این درحالی است که برای افراد پر ریسک سهم سکه در سبد دارایی بیشترین مقدار بوده و سپرده‌های بانکی سهمی در سبد دارایی افراد پر ریسک ندارد.

۳-۴. انتخاب پورتنفوی بهینه با نرخ سود واقعی مثبت سپرده‌های بانکی

ماتریس واریانس - کوواریانس در این دوره با استفاده از سری بازدهی دارایی‌ها به صورت زیر استخراج شده است.

جدول شماره (۸). ماتریس واریانس - کوواریانس بازدهی دارایی‌ها با نرخ سود واقعی مثبت سپرده‌ها

ارز	سهام	سپرده‌های بانکی	سکه طلا	اوراق مشارکت	مسکن
-۵۱/۶۶	-۳/۸۹	-۹/۴۱	۷۷/۶۰	-۶/۳۸	۵۵۹/۳۱
۶/۸۹	-۱۰/۷۳	۰/۷۳	-۸/۱۲	۱/۶۷	-۶/۳۸
۲۵/۷۶	۱۸۸/۳۷	-۷/۰۴	۱۹۵/۸۶	-۸/۱۲	۷۷/۶۰
۲/۹۲	-۶/۸۳	۰/۵۹	-۷/۰۴	۰/۷۳	-۹/۴۱
۸۷/۳۷	۱/۸۳	-۶/۸۳	۱۸۸/۳۷	-۱۰/۷۳	-۳/۸۹
۱۰۴/۱۸	-۸۷/۳۷	۲/۹۲	۲۵/۷۶	۶/۸۹	-۵۱/۶۶

منبع: محاسبات تحقیق

که در آن درایه‌های قطر فرعی بیانگر واریانس بازدهی دارایی‌ها و درایه‌های دیگر نشان‌دهنده کوواریانس بین بازدهی دارایی‌ها می‌باشد؛ لذا مسئله بهینه‌یابی مدل میانگین - واریانس در این دوره به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } & 559/31w_1^2 - 2(6/38)w_1w_2 + 2 \times (77/60)w_1w_3 - 2 \times (9/41)w_1w_4 - 2 \\ & \times (3/89)w_1w_5 - 2(51/667)w_1w_6 + 1/67w_2^2 - 2(8/12)w_2w_3 \\ & + 2(0/73)w_2w_4 - 2(10/73)w_2w_5 + 2 \times (6/89)w_2w_6 \\ & + (195/86)w_3^2 - 2(7/04)w_3w_4 + 2(188/37)w_3w_5 \\ & + 2(25/76)w_3w_6 + (0/59)w_4^2 - 2(6/83)w_4w_5 + 2(2/92)w_4w_6 \\ & + (1/83)w_5^2 - 2(87/37)w_5w_6 + (104/18)w_6^2 \end{aligned}$$

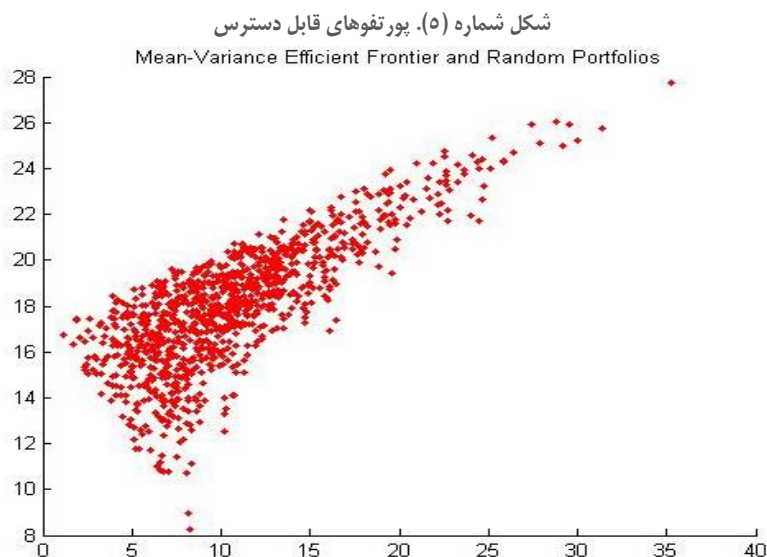
s.t:

$$1) (21/86)w_1 + (17/09)w_2 + (15/97)w_3 + 17/36w_4 + 30/05w_5 + 5/7w_6 = \alpha$$

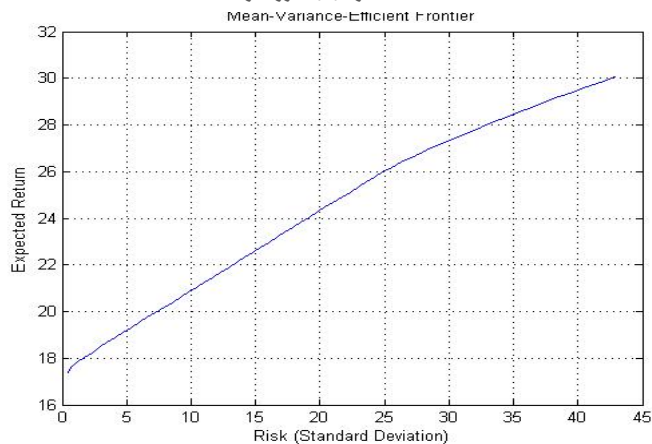
$$2) w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1$$

$$3) w_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,6$$

در روابط ذکر شده w_1 تا w_6 به ترتیب سهم مسکن، اوراق مشارکت، سکه طلا، سپرده‌های بانکی، سهام، ارز بوده و α نیز بازدهی پورتفوی است. با حل مسئله فوق براساس w ها، وزن دارایی‌ها در پورتفوی بهینه به دست خواهد آمد. شکل‌های شماره (۵) و (۶) به ترتیب پورتفوهای قابل دسترسی و مرز کارا را در این حالت نشان می‌دهند.



شکل شماره (۶). مرز کارا



با تخمین مدل در این حالت، سهم دارایی‌ها در پورتفوی بهینه به شکل زیر استخراج شد.

جدول شماره (۹). سهم دارایی‌ها در پورتفوی بهینه با نرخ سود واقعی مثبت سپرده‌ها

ریسک‌پذیری	مسکن	اوراق مشارکت	سکه	سپرده‌های بانکی	سهام	ارز	ریسک پورتفوی	بازدهی پورتفوی
کم‌ریسک	۰/۱۴	۰	۰	-۰/۷۵	-۰/۱۱	۰	۵/۷۶	۱۹/۴۲
ریسک متوسط	۰/۴۰	۰	۰	-۰/۲۳	-۰/۳۷	۰	۱۸/۲۲	۲۳/۸۶
پر ریسک								
	۰/۲۴	۰	۰	۰	۰/۷۶	۰	۳۳/۸۵	۲۸/۰۱
کل افراد	۰/۲۶	۰	۰	-۰/۳۳	-۰/۴۱	۰	۱۹/۲۸	۲۳/۷۶

منبع: محاسبات تحقیق

ارقام ذکرشده در جدول بالا نشان می‌دهد، در ناحیه کم‌ریسک سپرده‌های بانکی بیشترین سهم و سهام، کمترین سهم از سبد دارایی را در اختیار دارد. در این حالت اوراق مشارکت، سکه و ارز سهمی در سبد دارایی افراد کم‌ریسک ندارند. حتی زمانی که نرخ سود واقعی سپرده‌های بانکی مثبت است، افراد پرریسک سهم بیشتری از سبد دارایی خود را به سهام اختصاص می‌دهند، چون در بین دارایی‌ها بیشترین بازده مورد انتظار را دارا می‌باشند، با اینکه بیشترین ریسک را نیز دارند. در این دوره افراد سهمی را به سپرده‌های بانکی اختصاص نمی‌دهند.

به‌لحاظ نظری انتظار می‌رفت زمانی که نرخ سپرده‌های بانکی مثبت است و سود قابل قبولی برای صاحبان سپرده‌ها به‌دست می‌آید، اغلب افراد جامعه به‌سمت بانک‌ها آمده و سهم سپرده‌های بانکی در سبد دارایی افراد افزایش یابد. این درحالی



است که با مقایسه جداول ملاحظه می‌شود که متوسط سهم سپرده‌های بانکی برای افراد کم‌ریسک و ریسک متوسط جامعه، زمانی که نرخ سود واقعی مثبت است افزایش می‌یابد و افراد ریسک‌پذیر در هیچ‌کدام از دو حالت سهمی از سبد خود را به سپرده‌های بانکی اختصاص نمی‌دهند.

از مشاهده جدول‌ها و بررسی‌های انجام‌شده می‌توان نتیجه گرفت اولاً تصمیم‌گیرندگان در نحوه تخصیص دارایی خویش به ریسک و بازدهی تمام دارایی‌ها و نه تنها یک دارایی توجه دارند. افراد کم‌ریسک به دنبال ریسک کمتر و افراد پر ریسک به دنبال بازده بیشتر هستند. ثانیاً با کاهش ریسک، افراد بدون توجه به نرخ سود سپرده‌های بانکی، بیشترین سهم از دارایی خود را به سپرده‌های بانکی و اوراق مشارکت اختصاص می‌دهند، چون ریسک کمتری دارند. ثالثاً با افزایش ریسک، افراد بدون توجه به نرخ سود سپرده‌های بانکی، دارایی خود را بیشتر به صورت سهام که دارای بازدهی بالاتری هستند و کمتر در قالب اوراق مشارکت و سپرده‌گذاری در بانک‌ها سرمایه‌گذاری می‌کنند.

جمع‌بندی و ارائه پیشنهادات

در ایران افراد جامعه دارایی‌های خود را در اشکال مختلف مثل اوراق مشارکت، سهام، سپرده‌های بانکی، طلا، ارز، و مسکن نگهداری می‌کنند. ترکیب دارایی‌های افراد باید به گونه‌ای باشد که حداکثر بازدهی مورد انتظار به آنها تعلق گیرد. از سوی دیگر سپرده‌های بانکی بخش مهمی از سبد دارایی افراد است. هرگونه تغییر در نرخ سود سپرده‌های بانکی منجر به تغییر ترکیب دارایی‌ها خواهد شد؛ لذا آگاهی از ترکیب بهینه و انتخاب دارایی‌ها بخش مهمی از فرایند تصمیم‌گیری آنهاست. در این مطالعه با به‌کارگیری مدل میانگین - واریانس و استفاده از نرم‌افزار متلب سبد بهینه دارایی‌های افراد مشخص شد.

برای این منظور پس از محاسبه بازدهی و ریسک دارایی‌ها و ضریب همبستگی بین بازدهی آنها با استفاده از توابع موجود در نرم‌افزار متلب، مدل مورد اشاره برآورد شده و وزن بهینه دارایی‌ها در ۳ سطح کم‌ریسک، ریسک متوسط و پرریسک تعیین شد، و این نتیجه به دست آمد که در نواحی کم‌ریسک اوراق مشارکت و در

نواحی پرریسک سهام قسمت عمده سبد دارایی را به خود اختصاص می‌دهند. از آنجاکه با تغییر نرخ سود بانکی، پورتنفوی افراد دچار تغییر می‌شود، برای تسهیل در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران ترکیب بهینه دارایی‌ها در دو دوره مورد بررسی قرار گرفت و ضمن تعیین وزن بهینه دارایی‌ها مشاهده شد که در نتیجه تغییر نرخ سود بانکی، ترکیب بهینه سبد دارایی طی دو دوره بسیار متفاوت است. هنگامی که نرخ سود واقعی سپرده‌های بانکی منفی است، انتظار می‌رفت که سهم سهام در سبد افزایش یابد. این درحالی است که در این دوره اوراق مشارکت سهم غالب سبد را برای افراد ریسک‌گریز در اختیار دارد و سهام هیچ سهمی را در سبد دارایی ندارد. این مسئله احتمالاً به این دلیل است که اولاً فرهنگ خرید سهام و سرمایه‌گذاری در شرکت‌ها در کشور توسعه نیافته است، ثانیاً خرید اوراق مشارکت هیچ ریسکی نداشته و درآمد مطمئنی عاید سرمایه‌گذار می‌شود. ثالثاً دو عامل ریسک و بازدهی دارایی‌ها تعیین‌کننده انتخاب نوع دارایی و حجم سرمایه‌گذاری در آنهاست. هنگامی که نرخ واقعی سپرده‌های بانکی مثبت است، به لحاظ نظری انتظار می‌رود که سهم سپرده‌های بانکی در پورتنفوی افزایش یابد. نتایج به دست آمده این امر را تأیید می‌کند و سهم سپرده‌های بانکی برای افراد ریسک‌گریز ۷۵ درصد است. با افزایش ریسک‌پذیری افراد سهم سهام در سبد دارایی افزایش و سهم سپرده‌های بانکی کاهش می‌یابد؛ بنابراین پیشنهاد می‌شود:

۱. با توجه به اینکه سهم عمده سبد دارایی افراد ریسک‌گریز را اوراق مشارکت و افراد ریسک‌پذیر را سهام تشکیل می‌دهند، این افراد برای افزایش کارایی پورتنفوی خود این ترکیبات را مدنظر داشته باشند؛

۲. نظر به اینکه نرخ سود بانکی ترکیب پورتنفوی کلیه گروه‌های کم‌ریسک و پرریسک را در کشور تغییر می‌دهد، پیشنهاد می‌شود تصمیم‌گیرندگان و نهادهای سیاست‌گذار مانند بانک مرکزی و شورای پول و اعتبار و کلیه دست‌اندرکاران و حاکمان پولی کشور این امر را مدنظر داشته باشند. بدیهی است توجه به این امر می‌تواند از بروز تلاطم در بازارهای مرتبط به هم مالی مثل بازار سهام، ارز، مسکن و طلا جلوگیری کند.

۳. با توجه به اینکه در این مقاله امکان بررسی تأثیر تغییر سایر پارامترها مثل

- قیمت سهام، ارز، مسکن، طلا و تغییر سیاست‌های دولت بر سبد دارایی فراهم نشد، مطالعه این موارد به دیگر محققان پیشنهاد می‌شود.
۴. در صورت دسترسی به سری زمانی قیمت دارایی‌هایی چون خودرو، فرش، زمین و... می‌توان پورتنفوی بهینه متشکل از تمام دارایی‌های مذکور را استخراج کرده و تأثیر سیاست‌های اقتصادی را بر ترکیب آنها بررسی کرد.
۵. تعیین پورتنفوی بهینه و مقایسه آن با شواهد و واقعیت‌های اقتصادی می‌تواند سیاست‌گذاران اقتصادی را در راستای سیاست‌گذاری مناسب یاری کند؛ لذا انجام چنین تحقیقی می‌تواند بسیار تأثیرگذار باشد.
۶. در صورت دسترسی به شاخص سبد ارزی می‌توان ترکیب بهینه آن را با دیگر دارایی‌ها استخراج و بررسی کرد.



منابع

الف - فارسی

- آدمی، محسن. ۱۳۹۱. «بررسی پیش‌بینی‌پذیری ریسک شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مفهوم ریزش مورد انتظار»، *پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مالی*، دانشگاه علوم اقتصادی.
- جونز، چارلز پی. ۱۳۹۱. *مدیریت سرمایه‌گذاری*، ترجمه رضا تهرانی و عسگر نوربخش، انتشارات نگاه دانش، چاپ هشتم.
- بشارت احسانی، حسنعلی. ۱۳۷۸. «بررسی عوامل مؤثر بر بازدهی سهام عادی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران»، *پایان‌نامه دکتری*، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران.
- خالوزاده، حمید و نسیم امیری. ۱۳۸۵. «تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران، براساس نظریه ارزش در معرض ریسک»، *تحقیقات اقتصادی*، شماره ۷۳، صص ۲۱۱-۲۳۱.
- راعی، رضا. ۱۳۷۷. «طراحی مدل ریاضی برای انتخاب پورتنفوی بهینه با استفاده از منطق برنامه‌ریزی فازی»، *پایان‌نامه دکتری*، دانشگاه تهران.
- رحمتی، محسن. ۱۳۷۸. «انتخاب سبد سهام بهینه مبتنی بر ارزش در معرض ریسک به‌عنوان معیار ریسک و با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری»، *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه تهران.
- سارنج، علیرضا. ۱۳۸۶. «مسئله انتخاب پورتنفوی با استفاده از سه معیار میانگین بازدهی، انحراف معیار بازدهی و نقدشوندگی در بورس اوراق بهادار تهران»، *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران.
- شارپ، ویلیام اف؛ الکساندر گوردون جی و جفری دی. بیللی. ۱۳۹۰. *مدیریت سرمایه‌گذاری*، ترجمه مجید شریعت‌پناهی و ابوالفضل جعفری، انتشارات اتحاد، چاپ سوم.
- شهرآبادی، ابوالفضل و ندا بشیری. ۱۳۸۹. *مدیریت سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار*، انتشارات شرکت اطلاع‌رسانی و خدمات بورس، چاپ اول.
- کشاورزبان پیوستی، اکبر. ۱۳۸۸. «تخمین نرخ سود بهینه بانکی برای حداکثرسازی رشد

اقتصادی در ایران (با استفاده از سیستم معادلات هم‌زمان)»، *دو فصلنامه برنامه و بودجه*، شماره ۱۰۸، صص ۳۰-۳.

محمدی استخری، نازنین. ۱۳۸۵. «انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک»، *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه تهران.

موسویان، سید عباس. ۱۳۸۴. «راهکار رسیدن به نرخ سود بانکی تعادلی»، *نشریه اقتصاد اسلامی*، سال پنجم، بهار ۸۴.

ب - انگلیسی

- Anderson, B. 2002. "Portfolio Allocation Over The Life Cycle: Evidence from Swedish Household Data, Uppsala University", **Department of Economics in Its Series Working Paper Series With Number 2001,4**.
- BARONE-ADESI, G., and K. Giannopoulos. 1996. "A Simplified Approach to the Conditional Estimation of Value at Risk (VAR)", **Working Paper**, Faculty of Business, Alberta, Canada.
- Best, M.J. and R.R. Grauer. 1991. "On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational results", **Review of Financial Studies**, No. 4(2), pp. 315-342.
- Chan, L.K.C.; J.Karceski, and J. Lakonishok. 1999. "On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model", **Review of Financial Studies**, No. 12(5), pp. 937-974.
- Chen, J. 2000. "Where Is The Efficient Frontier", University of Northern British Columbia - School of Business Working Paper Series Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=239048> or doi:10.2139/ssrn.239048.
- Chen, W.; Chung, H.; Ho, K. and T.Hsu. 2003. "Portfolio Optimization Models And Mean- Variance Spanning Test", **Working Paper Series**, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=239048> or doi:10.2139/ssrn.239048.
- Cocco, J. 2000. "Portfolio Choice in The Presence of Housing", Oxford University Press, Financial Studies in: **its Journal The Review of FINANCIAL STUDIES**, Vol. 18, Issue 2, pp. 535-567.
- Hasanov, F.and Dacy, D. 2003. **Measuring and Analyzing Returns on Aggregate Residential Housing**; EconWPA in its Series Finance With Number 0510005 working paper.
- Edwin O Fischer; Susanne Lind-Braucher. Fall 2010. "Optimal Portfolios with



- Traditional and Alternative Investments: An Empirical investigation", **The Journal of Alternative Investments**, 13, 2; ABI/INFORM Global.p.58
- Flavin, M. and Yamashita, T. 1998. Owner-Occupied Housing and The Composition of The Household Portfolio Over The Life Cycle; The Journal of Real Estate Finance and Economics, Volume 29, Number 3 , pages 259-275.
- Giorgi G. De. Enrico & Post Thierry. 2008. "Second Order Stochastic Dominance, Reward-Risk Portfolio Selection and the CAPM", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Vol. 43 , No.2, pp. 525-546.
- Goetzman, W. and Ukhov, A. 2004. "Modern Portfolio Theory Approach", **National Bureau of Economic Research Working Paper Series**, No. 11266.
- Jobson, J. and R. Korkie. 1980. "Estimation for Markowitz Efficient Portfoli", **Journal of the American Statistical Association**, Vol. 1, No. 75, pp. 544-554.
- Jorion Philippe. 2000. **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, Second Edition, New York: McGraw Hill.
- Korn, R. 1997. "Optimal Portfolios: Stochastic Models for Optimal Investment and Risk Management in Continuous Time", **World Scientific**, Singapore.
- Letzelter, J. 2005. "Finding The Efficient Frontier: Power Plant Portfolio Assessment", **Proceedings of Crystal Ball Conference**.
- Markowitz, H. 1952. "Portfolio Selection", **The Journal of Finance**, Vol. 7.
- Markowitz, H. 1959. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment**, Jon Wiley and Sons, New York, NY.
- Modern Portfolio Theory Approach, **National Bureau of Economic Research Working Paper Series**, No. 11266.
- Niels Bekkers; Ronald Q Doeswijk; Trevin W Lam. 2009. "Strategic Asset Allocation: Determining the Optimal Portfolio with Ten Asset classes", **The Journal of Wealth Management**, 12, 3; ABI/INFORM Global. p.61.
- Sharpe, William F. 1967. "Linear Programming Algorithms for Mutual Fund Portfolio Selection", **Management Science Journal**, March, Vol.13, No.7, pp.449-510.